КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової роботи

Київського національного університету

імені Тараса Шевченка

_______________Ганна ТОЛСТАНОВА

«____» ___________________ 2024 р.

ПРОГРАМА
ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ
ДО АСПІРАНТУРИ
ЗІ СПЕЦІАЛЬНОСТІ 112 СТАТИСТИКА

на здобуття ступеня доктора філософії
(третій (освітньо-науковий) рівень вищої освіти)

ГАЛУЗЬ ЗНАНЬ 11 МАТЕМАТИКА ТА СТАТИСТИКА

ОСВІТНЬО-НАУКОВА ПРОГРАМА «СТАТИСТИКА»

КИЇВ – 2024

Розробники програми:

Майборода Р.Е., д.ф.-м.н., проф.

Мішура Ю.С., д.ф.-м:н., проф.

Радченко В. М., д.ф.-м.н., проф.

Ральченко К.В., д.ф.-м.н., доц.

Ямненко Р.Є., д.ф.-м.н., доц., завідувач кафедри

Яневич Т.О., к.ф.-м.н., доц., заст. декана

УХВАЛЕНО

Вченою радою

механіко-математичного факультету

15 лютого 2024 р., протокол № 11

Голова вченої ради механіко-математичного факультету

Оксана БЕЗУЩАК

А. Вступник повинен формулювати та активно володіти поняттями:

1. Математичний аналіз

1. Поняття границі послідовності і функції.
2. Неперервні функції.
3. Похідна і диференціал функцій однієї змінної.
4. Інтеграл Рімана, умови його існування. Формула Ньютона - Лейбніца.
5. Числові та функціональні ряди. Сума ряду, ознаки збіжності. Абсолютна збіжність. Рівномірна збіжність.
6. Степеневий ряд, множина його збіжності.
7. Ряд Тейлора. Основні розклади.
8. Теорема Банаха про стискаючі відображення.
9. Необхідні й достатні умови диференційовності функцій кількох змінних.
10. Достатні умови локального екстремуму функції кількох змінних.
11. Формула зведення кратного інтеграла по брусу до повторного.
12. Достатні умови збіжності ряду Фур'є в точці.

2. Теорія міри та інтеграла

1. Міра Лебега.
2. Інтеграл Лебега.
3. Теореми про граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.

3. Функціональний аналіз

1. Банахові простори. Приклади.
2. Гільбертів простір. Ортонормовані базиси.
3. Загальний вигляд лінійного неперервного функціонала в гільбертовому просторі.
4. Лінійні, неперервні, обмежені оператори. Норма оператора.
5. Принцип рівномірної обмеженості.

4. Лінійна алгебра

1. Матриці та дії над ними. Ранг матриці. Обернена матриця.
2. Визначники, їх властивості та застосування.
3. Власні числа і власні вектори.
4. Евклідові та унітарні простори.
5. Симетричні, ортогональні та унітарні матриці.
6. Формули зміни координат вектора і матриці лінійного перетворення при зміні бази.
7. Канонічний вигляд самоспряженого оператора в евклідовому просторі.

5. Теорія ймовірностей

1. Аксіоми теорії ймовірностей.
2. Означення незалежності випадкових подій та випадкових величин.
3. Загальне означення випадкової величини та вектора.
4. Функція розподілу випадкової величини та її властивості.
5. Щільність розподілу випадкової величини та її властивості.
6. Функції від випадкової величини, перетворення величин, апроксимація простими величинами.
7. Приклади обчислення математичного сподівання (дискретний та неперервний випадки).
8. Математичне сподівання добутку та дисперсія суми незалежних величин.
9. Посилений закон великих чисел Колмогорова.
10. Класична центральна гранична теорема для однаково розподілених випадкових величин.
11. Граничні теореми Пуассона, Муавра-Лапласа.
12. Загальне визначення умовного математичного сподівання. Існування та єдиність.
13. Теорема Колмогорова про три ряди.

6. Математична статистика

1. Поняття консистентності, незміщеності та ефективності оцінок.
2. Статистичні критерії, рівень та потужність, найбільш потужні критерії. Теорема НейманаПірсона.
3. Критерій χ^2 для перевірки незалежності ознак.
4. Інформація за Фішером.
5. Теорема Крамера-Рао для скалярного параметра.
6. Розподіли χ^2, Стьюдента і Фішера-Снедекора.
7. Теорема Глівенка-Кантеллі та її застосування.
8. Метод моментів, його консистентність.
9. Незміщені оцінки з мінімальною дисперсією. Теорема Блекуела-Рао-Колмогорова.
10. Побудова вірогідних інтервалів для середнього та дисперсії нормальної вибірки.
11. Метод найменших квадратів в регресійному аналізі.
12. Класичний лінійний дискримінантний аналіз.
13. Однофакторний дисперсійний аналіз. Тест Фішера для перевірки однорідності середніх.

7. Теорія випадкових процесів

1. Випадкові процеси з незалежними приростами. Вінерівський та пуассонівський процеси.
2. Процеси, стаціонарні у широкому та вузькому розумінні. Теорема Карунена.
3. Гауссівські процеси.
4. Мартингали. Основні властивості та приклади.
5. Марковські ланцюги, перехідні ймовірності, рівняння Колмогорова-Чепмена.
6. Пряма та обернена теорема Колмогорова для марковських ланцюгів.

Б. Вступник має вміти доводити такі теореми:

1. Теорія ймовірностей

1. Теорема про основні властивості функції розподілу.
2. Теорема про функцію розподілу та щільність суми незалежних величин.
3. Теорема про обчислення математичного сподівання функції випадкової величини через її функцію розподілу.
4. Теорема про математичне сподівання добутку незалежних величин.
5. Теорема про лінійні перетворення нормальних векторів.
6. Теорема Чебишева про закон великих чисел.
7. Класична центральна гранична теорема для однаково розподілених доданків.

2. Математична статистика

1. Теорема про властивості відносної частоти у схемі Бернуллі.
2. Теорема про обчислення інформації за Фішером.
3. Теорема про моменти вибіркових моментів.
4. Теорема про інваріантність оцінки максимальної вірогідності.

Рекомендована література

1. О. Безущак, О. Ганюшкін, Лінійна алгебра (векторні простори): Навчальний посібник. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2023. https://mechmat.knu.ua/wp-content/uploads/2023/12/tesis_lin_alg_last_1.pdf
2. О.О. Безущак, О.Г. Ганюшкін, Є.А. Кочубінська, Навчальний посібник з лінійної алгебри. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2019. https://mechmat.knu.ua/wp-content/uploads/2019/11/linear-algebra.pdf
3. А.Я. Дороговцев. Математичний аналіз: Підручник: У двох частинах. Частина 1. – К.: Либідь, 1993. – 320 с.
4. А.Я. Дороговцев. Математичний аналіз: Підручник: У двох частинах. Частина 2. – К.: Либідь, 1994. – 304 с.

5. М.В. Карташов. Імовірність, процеси, статистика. – К.: ВПЦ “Київський університет”, 2008. – 494 с. https://probability.knu.ua/userfiles/kmv/VPS_Pv.pdf
6. О.О. Курченко. Інтегральне числення функцій однієї змінної: навч. посібник. – К.: КНУ імені Тараса Шевченка, 2016. – 140 с. https://mechmat.knu.ua/wp-content/uploads/2018/03/INTEGR_2016_M.pdf
7. Курченко О.О., Рабець К.В. Метричні простори у курсі математичного аналізу. – К.: КНУ імені Тараса Шевченка, 2011. – 146 с. https://mechmat.knu.ua/wp-content/uploads/2018/03/kurch2011.pdf
8. О.Ю. Константінов. Функціональний аналіз. – К.: КНУ імені Тараса Шевченка, 2021. – 113 с. https://mechmat.knu.ua/wp-content/uploads/2022/02/fa_21.pdf
9. Р.Є. Майборода. Регресія: лінійні моделі. – К.: ВПЦ “Київський університет”, 2007. – 296 с. https://probability.knu.ua/userfiles/mre/ora0.pdf
10. Ю. С. Мішура, К. В. Ральченко, Г.М. Шевченко. Випадкові процеси. Теорія. Статистика. Застосування. Підручник. 2-е вид., 2023. – 496 с. https://probability.knu.ua/userfiles/myus/stoch_proc.pdf
11. А.С. Олійник, В.І.Сущанський. Лекції з алгебри. Навчальний посібник. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2019. https://mechmat.knu.ua/wp-content/uploads/2019/03/lecturesinalgebra2019.pdf
12. В.М. Радченко. Теорія міри та інтеграла. Навчальний посібник. – К.: КНУ імені Тараса Шевченка, 2018. https://mechmat.knu.ua/wp-content/uploads/2018/08/measuretheoryradchenko_a4_2018.pdf