

**Київський національний університет
імені Тараса Шевченка**

**Матеріали XXI Міжнародної
науково-практичної конференції**

«Шевченківська весна – 2023»

14 квітня 2023 р., м. Київ, Україна

Taras Shevchenko National University of Kyiv

**Proceeding of XXI International
Scientific – Practical Conference**

«Shevchenkivska Vesna – 2023»

14 April 2023, Kyiv, Ukraine

Програмний комітет

Анісімов Анатолій Васильович – доктор фізико-математичних наук, професор, член-кореспондент НАН України, декан факультету комп'ютерних наук та кібернетики

Безущак Оксана Омелянівна – доктор фізико-математичних наук, доцент, декан механіко-математичного факультету

Капустян Олена Анатоліївна – доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, заступник декана з наукової та міжнародної роботи факультету комп'ютерних наук та кібернетики

Мішура Юлія Степанівна – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики

Ральченко Костянтин Володимирович – доктор фізико-математичних наук, доцент, заступник декана з наукової роботи механіко-математичного факультету

Харитонов Олексій Михайлович – кандидат фізико-математичних наук, доцент, заступник декана з навчальної роботи механіко-математичного факультету

Організаційний комітет

Александрова Поліна Вадимівна – голова студентського парламенту механіко-математичного факультету

Зубченко Володимир Петрович – кандидат фізико-математичних наук, доцент, голова Ради молодих вчених механіко-математичного факультету

Шевчук Юлія Михайлівна – кандидат фізико-математичних наук, голова Ради молодих вчених факультету комп'ютерних наук та кібернетики

Верстка: Бахчеджиоглу О.О., Аветісян Д.А.

Секція «Математика, статистика та механіка»

Асимптотична нормальність оцінок параметрів у змішаному дробовому стохастичному рівнянні теплопровідності

Аветісян Діана Арутюнівна, Ральченко Костянтин Володимирович

Вивчається стохастичне рівняння теплопровідності, кероване змішаним дробовим броунівським рухом:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{2}\Delta u\right)(t, x) = \sigma \dot{B}_x^H + \kappa \dot{W}_x, \quad t > 0, x \in \mathbb{R}.$$

Тут $B^H = \{B_x^H, x \in \mathbb{R}\}$ — це дробовий броунівський рух з індексом Хюрста H , а $W = \{W_x, x \in \mathbb{R}\}$ — вінерівський процес, що не залежить від B^H .

Розглянуто задачу оцінювання параметра Хюрста H за спостереженнями $\{u(t_i, k\delta), i = 1, 2, 3, k = 1, \dots, N\}$, де $t_1 > 0, t_2 > 0$ і $\delta > 0$ — фіксовані.

Виведено строго консистентну оцінку \hat{H}_N та доведено її асимптотичну нормальність

$$\hat{H}_N = f^{(-1)} \left(\frac{t_3^{-3/2} V_N(t_3) - t_2^{-3/2} V_N(t_2)}{t_2^{-3/2} V_N(t_2) - t_1^{-3/2} V_N(t_1)} \right),$$

де

$$f(H) = \begin{cases} \frac{t_3^{H-1/2} - t_2^{H-1/2}}{t_2^{H-1/2} - t_1^{H-1/2}}, & \text{якщо } H \neq \frac{1}{2}, \\ \frac{\log t_3 - \log t_2}{\log t_2 - \log t_1} & \text{якщо } H = \frac{1}{2}. \end{cases}, \quad \hat{V}_N(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u(t, x_k)^2.$$

Далі, за припущення, що параметр Хюрста H відомий, розглянуто задачу одночасного оцінювання параметрів σ^2 і κ^2 . Доведено, що для всіх $H \in (0, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, 1)$

$$\hat{\sigma}_N^2 = \frac{t_1^{-3/2} \widehat{V}_N(t_1) - t_2^{-3/2} \widehat{V}_N(t_2)}{c_H \left(t_1^{H-1/2} - t_2^{H-1/2} \right)}, \quad \hat{\kappa}_N^2 = \frac{t_1^{-1-H} \widehat{V}_N(t_1) - t_2^{-1-H} \widehat{V}_N(t_2)}{c_{\frac{1}{2}} \left(t_1^{1/2-H} - t_2^{1/2-H} \right)}$$

є строго консистентними та асимптотично нормальними оцінками параметрів σ^2 і κ^2 відповідно.

Теоретичні результати перевірено за допомогою комп'ютерного моделювання.

Список літератури

- [1] D. Avetisyan, K. Ralchenko, Parameter estimation in mixed fractional stochastic heat equation // Modern Stochastics: Theory and Applications. – 2023. <https://doi.org/10.15559/23-VMSTA221>.

Автори

Діана Арутюнівна Аветісян — аспірант 4-го року, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: diana.avetisyan2017@gmail.com

Костянтин Володимирович Ральченко — д.ф.м.н., доцент, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: kostiantynralchenko@knu.ua

Structure of a large sparse random graph in a random environment and its sandpile group

Y. Azarov, M. Pushkar

We consider an extension of Erdős-Rényi random graph model [1] to a model in a random environment. Motivated by discovering a structure of sandpile group of the graph, we are studying an asymptotic distribution of its connected components.

Specifically, given a random environment $\mathfrak{A} = \{\alpha(i, j), i, j \in \mathbb{N}\}$, which is a collection of i.i.d. non-negative integrable random variables, for each $n \geq 1$, we consider a random graph Γ_n with vertex set $\{1, \dots, n\}$, such that, given \mathfrak{A} , the probability that vertices i and j are connected is $1 - e^{-\alpha(i, j)/n}$, independently of other edges. For any connected labeled graph K with k vertices and d edges, define the random variable $N_K^{(n)}$ as the number of components of Γ_n isomorphic to K .

As the next result shows, it turned out that the asymptotic distribution of $N_K^{(n)}$ depends on the difference $d - k$ and the expected value $\bar{\alpha} := \mathbb{E}\alpha(i, j)$.

Теорема 1.

- If K is a graph with $d > k$, then $N_K^{(n)} \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$ a.a.s.
- If K is a tree ($d = k - 1$), then $N_K^{(n)} \rightarrow \infty, n \rightarrow \infty$ a.a.s.
- If K is a pseudotree ($d = k$), then the conditional distribution of $N_K^{(n)}$ given \mathfrak{A} converges to the Poisson distribution with parameter $\lambda_K := \bar{\alpha}^k e^{-k\bar{\alpha}}/k!$. Moreover, for different pseudotrees K_1, \dots, K_m , the random variables $N_{K_1}^{(n)}, \dots, N_{K_m}^{(n)}$ are asymptotically independent.

In [2] for an Erdős-Rényi model with fixed edge probability, asymptotic distribution of a sandpile group (a.k.a. Jacobian) of the graph was investigated. We derived similar results for our model by establishing probability that $\mathbb{Z}_{p,\lambda}$ is a subgroup of a sandpile group of the resulting graph.

Список літератури

- [1] Erdős, P. & Rényi, A. On Random Graphs I. *Publicationes Mathematicae Debrecen.* **6** pp. 290-297 (1959)
- [2] Wood, M. The distribution of sandpile groups of random graphs. *Journal Of The American Mathematical Society.* **30** (2014,2)

Authors

Yevhenii Azarov — 4-th year student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv; E-mail: azarov.evg.ua@gmail.com

Maksym Pushkar — 4-th year student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv; E-mail: makspushkar@gmail.com

These results were obtained jointly with Vladyslav Shashkov (EPFL, Lausanne, Switzerland) and Georgiy Shevchenko (Kyiv School of Economics).

Математичне моделювання динаміки страхової компанії на основі макропоказників

П. В. Александрова, В. П. Зубченко

У зв'язку змінами в економіці та геополітичній ситуації не тільки в Україні, але і у світі, прогнозування стає все більш багатофакторним та складним. З огляду на це виникає питання оцінки майбутніх потоків, особливо, якщо мова йде про довгострокову перспективу. В роботі змодельовано довгострокову динаміку доходів та витрат страхової компанії.

Актуальним питанням наразі є: під яку ставку коректно подисконтувати ці потоки, щоб отримати реалістичну оцінку сучасної вартості? Досліджуючи багато підходів до цього питання, найбільш логічним та правильним є обирати відсоткові ставки відповідно до значень кривої безкупонної доходності у відповідні часові проміжки. Для цього розглядається залежність кривої безкупонної доходності від макропоказників – облікової ставки, курсу валют, Українського індексу ставок за депозитами фізичних осіб. Ці показники в свою чергу прогноуються методами машинного навчання.

Authors

Поліна Вадимівна Александрова — студентка 1-го курсу ОР “Магістр”, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: aleksandrova.polina@knu.ua

Володимир Петрович Зубченко — канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: volodymyr.zubchenko@knu.ua

The number, sum and product of the divisors of a Gaussian integer

N. O. Arskiy

Gaussian integers are complex numbers of the form $a + bi$, where $a, b \in \mathbf{N}$. For a non-zero Gaussian integer α , we define the functions

$$\tau^*(\alpha) = \sum_{\delta|\alpha} 1, \quad \sigma_m^*(\alpha) = \sum_{\delta|\alpha} \delta^m, \quad \pi^*(\alpha) = \prod_{\delta|\alpha} \delta$$

as the number, sum of the m -th ($m \in \mathbf{N}$) powers and product of the divisors of α , respectively.

For the aforementioned functions, a wide range of properties was obtained. It begins with the explicit calculation formulae that use the prime factorization of a given Gaussian integer. After those come the results upon the criteria of divisibility of the values of the number and sum of divisors functions by certain numbers; estimations from above and below for the values of these functions; the properties of these functions for a product of two Gaussian integers; and the values of number, sum and product of those divisors of a Gaussian integer that are divisible by a certain number.

Much attention was also paid to sums of products containing a fixed number of divisors of a Gaussian integer; and sums of their reciprocals:

$$s_{k,m}^*(\alpha) = \sum_{1 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_k \leq \tau^*(\alpha)} \delta_{a_1}^m \delta_{a_2}^m \dots \delta_{a_k}^m;$$
$$p_{k,m}^*(\alpha) = \sum_{1 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_k \leq \tau^*(\alpha)} \frac{1}{\delta_{a_1}^m \delta_{a_2}^m \dots \delta_{a_k}^m}.$$

A variety of useful formulae involving these functions was derived: the calculation formulae for such sums for two and three divisors; the recurrence and transition formulae that connect the $s_{k,m}^*$ and $p_{k,m}^*$ functions. The properties also include the conditions when these sums take either integer or rational values; or when they are equal to zero. Examined were also the values of such sums for those divisors of a Gaussian integer that are divisible by another Gaussian integer.

The theoretical data are supplemented with some self-created problems whose solutions demonstrate rather simple and compact calculation algorithms constructed based on the formulated propositions; and also prove the practical significance of the obtained results.

Authors

Nikita Arskiy — 11-grade student, Ukrainian Physical and Mathematical Lyceum of Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: nikita.arskiy.25@gmail.com

Імовірнісний аналіз алгоритмів QuickSort та BinarySearchTree

Е.Б. Бабакова В.В. Голомозий

Імовірнісний аналіз алгоритмів є важливою складовою процесу розробки та оптимізації ефективних програм. Він дозволяє виявити ризики, пов'язані з робо-

тою алгоритмів в різних умовах та на різних наборах даних. Метою даної роботи було проведення імовірного аналізу алгоритмів QuickSearch та BinarySearchTree. QuickSort - широко використовуваний в програмуванні алгоритм сортування, швидкість та ефективність якого залежить від вхідних даних та їх структури. Його імовірнісний аналіз дозволяє оцінити середню та відносну швидкість на різних типах даних, що є важливим при проектуванні та оптимізації програмного забезпечення. Binary Search Tree (BST) - це дерево, в якому кожен вузол має два дочірніх вузли, менший та більший, відповідно. BST широко використовується в програмуванні для швидкого пошуку та вставки даних у відсортованому порядку. У ході аналізу QuickSort видно, що вибір опорного елемента може значно вплинути на результат його імовірного аналізу. Так, в якості опорного елемента було обрано найбільший елемент і показано, що часова складність в такому випадку дорівнює $O(n^2)$ - тобто кількість операцій, які потрібно виконати, зростає квадратично зі збільшенням розміру вхідних даних. Такий вибір опорного елемента є найгіршим для QuickSort, оскільки алгоритм буде розділяти масив на найменші підмасиви, що приведе до найгіршої часової складності алгоритму. З іншого боку показано, що вибір випадкового опорного елемента дозволяє зменшити кількість ітерацій до $O(n \log n)$ у середньому випадку.

Аналогічно проведено аналіз BinarySearchTree (BST), в якому видно, що швидкість BST залежить від багатьох факторів, зокрема:

- Кількість вузлів у дереві: чим більше вузлів, тим більше операцій потрібно виконати для роботи з деревом.

- Рівень збалансованості дерева: якщо дерево збалансоване, то кожен вузол має два нащадки і глибина дерева є логарифмічною та операції виконуються за час $O(\log n)$. В іншому випадку складність деяких операцій може становити $O(n)$.

Автори

Бабакова Єліна Олегівна — студентка 4-го курсу бакалаврату, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: elinafromua@gmail.com

Голомозий Віталій Вікторович — кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна ; E-mail: vitaliy.golomoziy@knu.ua

Напівгрупа Гігінса

В. В. Бакай, О. Г. Ганюшкін

Розглядається деяка обмежена фігура Φ (необов'язково однозв'язна), яка намальована на папері в клітинку. Всі лінії проходять вздовж ліній сітки, а вершини знаходяться у вузлах сітки. Дана фігура містить n клітинок, які для зручності занумеруємо від 1 до n .

Розглядаються такі перетворення: φ_{\rightarrow} переводить клітинку a у таку найправішу клітинку b , що a та b можна з'єднати горизонтальним відрізком, який не виходить за межі фігури Φ .

Аналогічно визначаються перетворення φ_{\leftarrow} , φ_{\uparrow} та φ_{\downarrow} .

Напівгрупою Гігінса H_{Φ} називають породжену перетвореннями φ_{\rightarrow} , φ_{\leftarrow} , φ_{\uparrow} та φ_{\downarrow} напівгрупу.

Дією є суперпозиція перетворень $fg(x) = f \circ g(x) = f(g(x))$.

Встановлено, що ця напівгрупа складається тільки з ідемпотентів, і є піднапівгрупою напівгрупи перетворень \mathcal{T}_n множини $\{1, 2, \dots, n\}$.

Знайдено кількість елементів та описано напівгрупу у випадку, коли фігура в клітинку є прямокутником, прямокутником з діркою та Γ -подібною фігурою.

Описано в твердженнях властивості деяких піднапівгруп цієї напівгрупи, які в загальному описані в [1].

Список літератури

- [1] О.Г. Ганюшкін, *Вступ до алгебри: навчальний посібник для студентів механіко-математичного факультету*, - К. : ВПЦ «Київський національний університет», 2013. – 183 с.

Автори

Василь Васильович Бакай — студент 4 курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: wassyl2001@knu.ua

Олександр Григорович Ганюшкін — кандидат фізико-математичних наук, доцент, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: ganiyshk@gmail.com

Matroids, related to the groups and semigroups

Dmytro I. Bezushchak

Let S be a semigroup. Let us consider a set \mathcal{I} of subsets $M \subseteq S$, such that for a subsemigroup $\langle M \rangle \subseteq S$, the set M would be an irreducible system of base elements. We explore the question: For which semigroups the pair (S, \mathcal{I}) forms a matroid?

Proposition 1. For an abelian p -group G a pair (G, \mathcal{I}) forms a so called matrix matroid.

Proposition 2. If S is a semigroup of left or right zeros, then a pair (S, \mathcal{I}) forms a so called discrete matroid.

Proposition 3. For a rectangular conjugation $S = I \times J$ a pair (S, \mathcal{I}) forms a matroid.

Proposition 4. Let p be prime. For monogenic semigroup S of type (n, p) , a pair (S, \mathcal{I}) forms a matroid if and only if $n < 4$.

An arbitrary lattice L can be considered a semigroup with the operation $a * b = \sup(a, b)$.

Proposition 5. For a lattice L a pair (L, \mathcal{I}) forms a matroid if and only if L is either a chain or created out of a chain by substituting several intervals $[a, b]$ by diamonds.

Proposition 6. For a cyclic group $G = C_n$ a pair (G, \mathcal{I}) forms a matroid if and only if n is a power of some prime number.

Authors

Dmytro I. Bezushchak — postgraduate, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: bezushchak@gmail.com

Побудова математичної моделі *P&L* страхової компанії

Бондар Ангеліна Андріївна, Зубченко Володимир Петрович

Вторгнення Російської Федерації на територію України призвело до низки змін у всіх сферах нашої держави. Деякі бізнеси зазнали банкрутства, деякі, навпаки, збільшили свій дохід в декілька разів. Мета цієї роботи – це спроба створити страхову компанію, розраховавши всі доходи та витрати на найближчі роки, враховуючи всі обставини теперішнього часу, та подивитись, через який час компанія почне приносити прибуток.

За основу було обрано створення компанії страхування життя, бо це питання зараз більш актуальне і кількість людей, які хочуть застрахувати своє життя, збільшується. Страхування життя – це майже завжди довгострокове страхування з середнім строком дії договору 15-20 років. В цьому випадку модель була зроблена в Excel, де на 20 років розписано роботу страхової компанії та за допомогою декомпозиції розкладено на фактори, куди йдуть гроші, що саме приносить дохід і що приносить прибуток. Витратна частина складається з одноразових витрат, щомісячних та щорічних. Одноразові витрати - це купівля офісу, ремонт приміщення, меблі та ін. Щомісячні витрати – це зарплата працівникам, комунальні послуги, обслуговування генератора у разі потреби та ін. Щорічні витрати – це підписки на MS Office, премії персоналу та ін. Доходна частина, згідно закону України про страхування, типово складається з 2 елементів: те, що ми отримуємо від страхових платежів, і те, що стосується інвестиційної діяльності. Страхові платежі було розраховано за допомогою бази $am92$ та комутаційних формул. Гроші, відкладені в резерв, було вирішено покласти на депозит під 15 %.

Таким чином, роботу зведено до кеш-флору, коли протягом тривалого проміжку часу можна дослідити як себе ведуть грошові потоки. Враховуючи сплановані витрати, та приблизний дохід, були виявлені точка беззбитковості та точка окупності страхової компанії.

Список літератури

- [1] Зубченко В.П. Математичні основи страхування життя. Київ, ВПЦ «Київський університет», 223 с. - 2016
-

Автори

Бондар Ангеліна Андріївна — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: angelina072017@gmail.com

Володимир Петрович Зубченко — канд. фіз.-мат. наук, асистент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: volodymyr.zubchenko@knu.ua

Проблема пошуку періодичних розв'язків в задачі трьох тіл

Васянович Нікіта Сергійович

Проблема пошуку періодичних розв'язків в задачі трьох тіл - класичне завдання у фізиці та астрономії, пов'язане з передбаченням руху трьох небесних тіл при

гравітаційній взаємодії між ними. В загальному випадку ця задача не має аналітичного розв'язку, і для розрахунку поведінки системи в часі необхідно застосовувати чисельні методи.

Математичне формулювання задачі трьох тіл є системою трьох диференціальних рівнянь другого порядку описують, як прискорення кожного об'єкта залежить від становища та швидкості всіх трьох об'єктів [1]. Чисельні методи розв'язання задачі трьох тіл включають дискретизацію задачі на малі тимчасові кроки та використання чисельних методів для визначення положень та швидкостей трьох тіл на кожному тимчасовому кроці. Для цього можуть бути використані різні чисельні методи, зокрема: метод Рунге-Кутти, метод інтегрування Верле, симплектичні інтегратори та моделювання методом Монте-Карло. У деяких частних випадках, таких як обмежена задача трьох тіл, періодичні розв'язки можуть бути знайдені аналітично. Обмежена задача трьох тіл відноситься до випадку, коли два небесних тіла мають однакову масу, а третє тіло набагато легше.

Гіпотеза Пуанкаре — відома відкрита проблема математики та фізики, що стосується існування періодичних рішень у задачі трьох тіл. Гіпотеза стверджує, що з будь-якої початкової конфігурації трьох небесних тіл у взаємному гравітаційному тяжінні принаймні одне періодичне рішення. Зокрема, комп'ютерні розв'язки використовувалися для доказу існування періодичних рішень у окремих випадках.

Проблема трьох тіл та гіпотеза Пуанкаре є складними та важливими відкритими проблемами в математиці та фізиці. Для кращого розуміння проблеми потрібні подальші дослідження, включаючи розробку нових аналітичних та чисельних методів. Крім того, вирішення проблеми може мати далекосяжні наслідки для нашого розуміння Всесвіту, і це захоплююча область досліджень для математиків та фізиків.

Список літератури

- [1] The Three Body Problem Joakim Hirvonen Grutzelius Karlstad University December 26, 2004
-

Автор

Васянович Нікіта Сергійович — студент 4-го курсу бакалаврату, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: vasyanovich02@gmail.com

Математична модель динаміки страхової компанії

М.О. Воротченко, В.П. Зубченко

Тема "Математична модель динаміки страхової компанії" є дуже актуальною в наш час, яка має практичне значення та може допомогти страховим компаніям покращити свою ефективність і фінансову стабільність. Страхові компанії грають важливу роль в економіці країни, представляючи захист від ризиків та забезпечуючи фінансову стабільність для людей та організацій. Однак страхові компанії також стикаюся з масою ризиків, пов'язаних з невизначеністю та змінами потреб і поведінки клієнтів. Саме тому страховим компаніям важливо мати математичні моделі, які допоможуть їм прогнозувати динаміку своєї діяльності і приймати відповідні рішення. Також, розробка математичних моделей для страхових компаній має велике практичне значення. Вони дозволяють страховим компаніям більш точно оцінювати ризики і визначати премії, а також приймати рішення щодо розподілення капіталу та інвестуванню з урахуванням ризиків.

В роботі розглядається математична модель страхової компанії, що базується на використанні статистичних методів і теорії ймовірностей, так як завдяки цим методам можна описати ймовірність розподілу збитків пов'язаних із страховими

полісами і оцінити ймовірність виникнення збитків та їх розмір. Також, проаналізовані ключові фактори, що впливають на поведінку клієнтів та ринку страхування і як результат на динаміку її розвитку.

Представлено дві частини - практичну, що зроблена за допомогою програми Excel та теоретичну, в якій описані всі розрахунки та проведений аналіз побудованої математичної моделі.

Автори

Воротченко Марія Олександрівна — студентка 4-го курсу бакалаврату, Механіко-Математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: vorotchenko145@gmail.com

Зубченко Володимир Петрович — кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, Механіко-Математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: volodymyr.zubchenko@knu.ua

Визначення авторства за допомогою ланцюгів Маркова

О. К. Гавриш

Завдання визначення авторства тексту тривалий час залишається актуальним у багатьох галузях діяльності суспільства. Сьогодні нерукописне спілкування стає все більш поширеним. Обсяг текстової інформації, представленої в електронному вигляді, стрімко зростає, а отже зростає потреба розроблення ефективних методів визначення авторства текстів. Питання, пов'язані з встановленням авторства, є важливими в лінгвістичних, історичних та криміналістичних дослідженнях. Аналіз стилю письма застосовується для боротьби з плагіатом та встановлення автора анонімних текстів, а також в судових справах для вирішення шахрайства з ідентифікаційною інформацією.

У роботі розглянуто три різні методи визначення авторства на основі ланцюгів Маркова: метод максимальної правдоподібності, міри Кульбака-Лейблера та метод n-грам. Було проаналізовано їх роботу відносно різних одиниць тексту. Точність методів аналізувалася для різної кількості авторів, довжини тестувальних та навчальних текстів. В результаті виконаної роботи було створено програмну реалізацію алгоритмів для ідентифікації автора тексту в електронній формі. Програма була реалізована мовою програмування Python із використанням оптимізованих бібліотек.

У результаті досліджень було виявлено, що найуспішнішим методом ідентифікації авторства є n-грами з точність 93%. За ним йде метод максимальної правдоподібності з майже однаковим часом роботи алгоритму з точність 89%, застосований до усіх слів. Навіть з покращенням алгоритму міри Кульбака-Лейблера за допомогою різних значень параметру при нульовій ймовірності у матриці переходів авторів та збалансуванні навчальних текстів, він виявився найгіршим із розглянутих методів; його найвища точність 78%. Також були виявлені залежності точності класифікації від довжин текстів та числа авторів, що розпізнаються.

Список літератури

- [1] Khmelev D.V. and Tweedie F.J. (2002) Using Markov Chains for identification of writers, *Literary and Linguistic Computing*, vol. 16, no.4, pp. 299-307
- [2] R. Clement and D. Sharp. 2003. Ngram and Bayesian classification of documents for topic and authorship. *Literary and Linguistic Computing*, 18(4): 423-447.

Ольга Костянтинівна Гавриш — студентка 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: olga.gavrish12345@gmail.com

Аналіз цін криптовалют методами регресійного аналізу

В.В. Голомозий, Д. Ю. Козій

У сучасному світі криптовалюти набувають все більшої популярності, і їх використання стає все більш розповсюдженим в різних галузях. Однак, зважаючи на динамічність цього ринку, важливо мати можливість передбачати його рухи та прогнозувати майбутні тренди. Серед поставлених задач є дослідження ринку криптовалют з використанням методів регресійного аналізу, алгоритмами класифікації, навчання з учителем та часових рядів. Порівняння їх ефективності та інформації, яку можуть надати.

Регресійний аналіз з використанням моделей є потужним інструментом для вивчення залежностей між різними змінними на ринку криптовалют. Зокрема, можна визначити зв'язки між ціною на криптовалюті між собою, різними економічними показниками, як обсяг торгівлі, історична статистика цін.

Використані моделі: LinearRegression, Ridge, RandomForestRegressor

Алгоритми класифікації також були використані для дослідження напрямлення тенденцій руху цін.

Використані моделі: LogisticRegression, DecisionTreeClassifier, GradientBoostingClassifier

Дослідження ринку криптовалют за допомогою методів часових рядів дозволяє вивчати динаміку зміни цін на криптовалюті в часі. Ці методи можуть бути використані для вивчення трендів на ринку криптовалют, а також для прогнозування майбутніх змін цін на основі історичних даних.

Використані моделі: ARMA, ARIMA, SARIMAX, DecisionTreeRegressor, GradientBoostingRegressor.

Було проаналізовано щоденних даних 9 найбільших криптовалют з 2013 року. Визначені кореляції між собою та ринковими параметрами. Знайдені моделі поведінки, як волатильність, сезонність. Досліджена можливість визначення майбутніх цінових коливань.

Козій Денис Юрійович — студент 4-го курсу бакалаврату, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: denys.kozii@gmail.com

Голомозий Віталій Вікторович — кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна ; E-mail: vitaliy.golomoziy@knu.ua

Bounds for the tail distributions of suprema of φ -sub-Gaussian stochastic processes

Hopkalo O., Sakhno L., Vasylyk O.

Estimates for distributions of suprema of φ -sub-Gaussian stochastic processes $X(t), t \in T$, were derived in various forms by entropy methods in the monograph by Buldygin and Kozachenko (2000). Following this approach, we present bounds for $P\{\sup_{t \in T} |X(t)| \geq u\}$ under different conditions imposed on the process increments.

Recall that the random variable ζ is φ -sub-Gaussian, or belongs to the space $\text{Sub}_\varphi(\Omega)$, if $\mathbf{E}\zeta = 0$, $\mathbf{E} \exp\{\lambda\zeta\}$ exists for all $\lambda \in \mathbb{R}$ and there exists a constant $a > 0$ such that $\mathbf{E} \exp\{\lambda\zeta\} \leq \exp\{\varphi(\lambda a)\}$ for all $\lambda \in \mathbb{R}$, where φ is a particular Orlicz N-function. The random process $X(t), t \in T$, is called φ -sub-Gaussian if the random variables $\{X(t), t \in T\}$ are φ -sub-Gaussian. $\text{Sub}_\varphi(\Omega)$ is a Banach space with respect to the norm $\tau_\varphi(\zeta) = \inf\{a > 0 : \mathbf{E} \exp\{\lambda\zeta\} \leq \exp\{\varphi(a\lambda)\}$.

Let $X(t), t \in T$, be a φ -sub-Gaussian process, suppose that the metric space (T, d) is separable, the process X is separable on (T, d) and $\varepsilon_0 := \sup_{t \in T} \tau_\varphi(X(t)) < \infty$. Suppose

further that there exists a monotonically increasing continuous function $\sigma(h), h > 0$, such that $\sigma(h) \rightarrow 0$ as $h \rightarrow 0$, and $\sup_{d(t,s) \leq h, t,s \in T} \tau_\varphi(X(t) - X(s)) \leq \sigma(h)$.

Let $r(x) \geq 0, x \geq 1$, be a monotonically increasing function such that $r(e^x), x \geq 0$, is convex, suppose for $0 < \varepsilon \leq \gamma_0$ it holds: $I_r(\varepsilon) := \int_0^\varepsilon r(N_d(\sigma^{(-1)}(v))) dv < \infty$, where

$N_d(v), v > 0$, is the massiveness of the metric space (T, d) , $\gamma_0 = \sigma(\sup_{t,s \in T} d(s, t))$. We state the bounds for $P\{\sup_{t \in T} |X(t)| \geq u\}$ considering the parameter set T of the form $T = [a_1, b_1] \times [a_2, b_2]$ with various metrics, in particular, we consider $d(t, s) = \max_{i=1,2} |t_i - s_i|$ and the anisotropic metrics $d(t, s) = \sum_{i=1,2} |t_i - s_i|^{H_i}, H_i \in (0, 1], i = 1, 2$, and under different bounds for the function $\rho_X(t, s) = \tau_\varphi(X(t) - X(s))$ in terms of $d(t, s)$. Our study is motivated by applications for processes related to stochastic partial differential equations and partial differential equations with random initial conditions. Corresponding examples are presented.

Authors

Olha Hopkalo — Doctor of Philosophy in Mathematics and Statistics, Assistant at the Department of Economic Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine; E-mail: olha.hopkalo@knu.ua

Lyudmyla Sakhno — Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, leading scientific researcher, Mechanics and Mathematics Faculty, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine; E-mail: lms@univ.kiev.ua

Olga Vasylyk — Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, Professor at the Department of Mathematical Analysis and Theory of Probability, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine; E-mail: vasylyk@matan.kpi.ua

Про обмежені розв'язки диференціального рівняння другого порядку з кусково-сталими операторними коефіцієнтами

М. Ф. Городній, О. А. Печериця

Нехай X — комплексний банахів простір з нормою $\|\cdot\|$ і нульовим елементом $\bar{0}$;

$\mathcal{L}(X)$ – банахів простір обмежених лінійних операторів, що діють із X в X ; $C_b(\mathbb{R}, X)$ – банахів простір усіх неперервних та обмежених на \mathbb{R} функцій $f : \mathbb{R} \rightarrow X$ з нормою $\|f\|_C := \sup_{t \in \mathbb{R}} \|f(t)\|$.

Розглянемо диференціальне рівняння

$$\begin{cases} x''(t) = A_1 x'(t) + A_2 x(t) + y(t), t \geq 0, \\ x''(t) = B_1 x'(t) + B_2 x(t) + y(t), t < 0, \end{cases} \quad (1)$$

у якому $y \in C_b(\mathbb{R}, X)$, а $A_k, B_k, k = 1, 2$, – фіксовані оператори з $\mathcal{L}(X)$.

Нами отримано необхідні і достатні умови на операторні коефіцієнти, за яких диференціальне рівняння (1) має єдиний обмежений на всій числовій осі розв'язок.

Умова обмеженості для аналогічного до (1) диференціального рівняння першого порядку досліджувалася в [1]. Про існування і властивості обмежених на \mathbb{R} розв'язків диференціального рівняння другого порядку зі сталими операторними коефіцієнтами див. [2].

Список літератури

- [1] М.Ф. Городній, О.А. Печериця, *Обмежені розв'язки диференціального рівняння з кусково-сталыми операторними коефіцієнтами*, Нелінійні коливання, **24**, № 2, 147–157 (2021). *Переклад англійською*: J Math Sci, **270**, 237–249 (2023). doi:10.1007/s10958-023-06343-y
- [2] А.Г. Баскаков, Т.К. Кацаран, Т.И. Смагина, *Линейные дифференциальные уравнения второго порядка в банаховом пространстве и расщепление операторов*, Известия вузов. Математика, № 10, 38–49 (2017). doi:10.3103/S1066369X1710005X

Автори

Михайло Федорович Городній – д.ф.-м.н., професор, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: gorodnii@univ.kiev.ua

Олексій Анатолійович Печериця – аспірант 3-го року навчання, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: pecheritsa.aleksey@gmail.com

Оптимальний портфель у моделі капітального ціноутворення з випадковою безризиковою ставкою

Д. І. Гусан

У сучасній теорії портфельів визначають наступні характеристики для активів на фондовому ринку: математичне очікування доходу та дисперсія цього доходу, що є ризиком. Модель капітального ціноутворення розглядає можливість комбінації ризикових активів та безризикового для зменшення ризику портфеля. Розглянемо наступну задачу:

$$\begin{cases} \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \alpha_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i < j} 2\alpha_i \alpha_j \sigma_{i,j} \rightarrow \min, \\ E_p = \sum_{i=1}^N \alpha_i E_i, \\ \sum_{i=1}^N \alpha_i = 1. \end{cases} \quad (1)$$

Тут σ_i, E_i, α_i – ризик, очікування доходу та частка i -го актива в портфелі p відповідно, а $\sigma_{i,j}$ – коваріація доходів i -го та j -го активів. Була поставлена задача знайти таку комбінацію ризикових та безризикового активів, щоб при заданому очікуванні доходу ми отримували портфель з найменшим ризиком.

Локальний екстремум отримано методом множників Лагранжа у матричній формі. У роботі було зведено задачу до опуклої оптимізації та доведено, що відповідні α_i задають глобальний мінімум ризику портфеля. Також було проаналізовано випадок, коли безризикова ставка є випадковою величиною.

Список літератури

- [1] Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., Goetzmann, W. N. (2014). *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis* (9th ed.). Wiley.
 - [2] Моклячук М.П. “Основи опуклого аналізу”. ВІПЦ Київський університет, 240 р. – 2004
-

Authors

Дмитро Іванович Гусан – студент 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: dmytro.husan@gmail.com

Backward convex-preserving and monotonic maps between graphs

Y.-L. Dekhtiar, S. Kozerenko

The goal of our research is to explore the properties between different types of maps between graphs, namely, monotonic maps and their subclasses. More specifically, we consider a map $f : V(G) \rightarrow V(H)$ between two graphs G and H , and we ask ourselves for which fixed G are two given classes of maps are equal.

Monotonic maps are the maps for which the preimage of every vertex in H is connected. Backward convex-preserving and backward connectivity-preserving are such maps that preserve respective properties when taking the preimage (convexity and connectivity correspondingly). A map f is linear [1] provided $f([u, v]_G) \subset [f(u), f(v)]_H$ for all $u, v \in V(G)$ (here $[x, y]_G$ denotes the metric interval). Note that the classes of linear and backward convex-preserving maps between median graphs coincide [2].

Consider a map $g : Im f \rightarrow G/R_f$ with $g(f(x)) = [x]_{R_f}$, where R_f is the relation on G induced by $f : x \sim y \implies f(x) = f(y)$ and G/R_f is the factor graph over this relation. Then the following remarkable property holds: f is backward connectivity-preserving $\iff f$ is monotonic and g is a graph homomorphism between G/R_f and $H[Im f]$.

Proposition 7. Let G, H be connected graphs and $f : V(G) \rightarrow V(H)$ be a map between them. Then f – linear $\implies f$ – backward convex-preserving $\implies f$ – backward connectivity-preserving $\implies f$ – monotonic.

Theorem 1. Let G be a connected graph. Then G is a block graph $\iff \forall H, f : V(G) \rightarrow V(H)$ is backward connectivity-preserving implies f is backward convex-preserving.

Список літератури

- [1] Kozerenko S., Linear and metric maps on trees via Markov graphs, *Comment. Math. Univ. Carolin.* **59** (2018), 173–187.
 - [2] Nica B., Cubulating spaces with walls, *Algebr. Geom. Topol.* **4** (2004), 297–309.
-

Автори

Yur-Liubomysl Dekhtiar — 4th year Bachelor's degree student, Faculty of Computer Sciences, National University of Kyiv-Mohyla Academy, Kyiv, Ukraine; E-mail: yur-liubomysl.dekhtiar@ukma.edu.ua

Sergiy Kozerenko — PhD, senior lecturer, Faculty of Computer Sciences, National University of Kyiv-Mohyla Academy, Kyiv, Ukraine; E-mail: sergiy.kozerenko@ukma.edu.ua

Local-linear regression method for observations from a mixture

D. Horbunov

We consider data described by the model of mixture with varying concentrations. Each observed subject belongs to one of M sub-populations (components of the mixture). The distribution of the bivariate observed feature $\xi_j = (X_j, Y_j)$ of the j th subject depends on the component it belongs to. The dependency of predictor Y_j from regressor X_j is defined by the nonparametric regression model:

$$Y_j = g^{(\kappa_j)}(X_j) + \varepsilon_j, \quad 1 \leq j \leq n,$$

where κ_j is the number of component which the j th subject belongs to, $g^{(m)}$ is the unknown regression function to the m -th component, ε_j is a zero mean regression error. The true κ_j are unknown, but the mixing probabilities $\mathbf{P}\{\kappa_j = m\}$, $j = 1, \dots, n$, $m = 1, \dots, M$ are known.

To estimate $g^{(m)}(x_0)$ we modify the linearization principle from [1] by weighting the least-squares functional as follows:

$$\mathbf{J}_{x_0, m}(\beta_0, \beta_1) = \sum_{j=1}^n a_{j:n}^m K\left(\frac{X_j - x_0}{h}\right) (Y_j - (\beta_0 + \beta_1(X_j - x_0)))^2 \quad (1)$$

where $\{a_{j:n}^m\}_{j=1}^n$ are minimax coefficients calculated by mixing probabilities, see [2], $K(x)$ is a kernel function and $h > 0$ is a bandwidth parameter. As a local-linear regression estimator $\hat{g}^{(m)}(x_0)$ for $g^{(m)}(x_0)$ we take β_0 which is the solution to $\frac{\partial}{\partial \beta} \mathbf{J}_{x_0, m}(\beta_0, \beta_1) = 0$, where $\beta = (\beta_0, \beta_1)$.

Simulations show that this estimator overcomes boundary effect inherent in the generalized Nadaraya-Watson estimator from [3]. The bandwidth parameter is chosen using the cross-validation technique.

Список літератури

- [1] Jianqing Fan. Local Linear Regression Smoothers and their minimax efficiencies. *The Annals of Statistics*, 1993, Vol. 21, No. 1, 196 – 216.

- [2] Maiboroda R. and Sugakova O., Estimation and Classification by Using Observations from a Mixture, "Kyiv University", Kyiv, 2008. (in Ukrainian)
- [3] Dychko H., Maiboroda R. A generalized Nadaraya–Watson estimator for observations obtained from a mixture. *Theory of Probability and Mathematical Statistics*, 100:1 DOI: 10.1090/tpms/1098.
-

Authors

Daniel Horbunov — 2nd year Master's student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: danielhorbunov@knu.ua

Математичне моделювання показників системи раннього реагування щодо можливих проявів ризиків у компанії сегменту non-life страхування

Б.В. Заверуха, В.П. Зубченко

Система раннього реагування (Early Warning System, далі – EWS) – це сукупність процедур та інструментів направлена на аналіз ключових показників діяльності страховика з метою виявлення ризиків за допомогою індикаторів раннього попередження. Дана робота спрямована на використання показників, методологічних підходів до їх аналізу та розрахунку зваженої оцінки ризиковості страховика для здійснення ризико-орієнтованого нагляду та сприяння досягнення стратегічних цілей Національного банку України.

Методика передбачає формування та розрахунок індикаторів раннього попередження, відхилення від ринкового рівня яких може свідчити про схильність страховика до ризиків, передбачених директивою Solvency II.

Первинним етапом відбувається процедура формування переліку страховиків, показники яких беруть участь у математичному моделюванні EWS. Критерії відбору необхідні для забезпечення однорідності вибірки, уникнення статистичного "шуму" та деформації діапазонів прийнятних значень показників.

Наступним етапом є розрахунок діапазонів прийнятних значень відхилення від середнього кожного з показників. У рамках дослідження використано 4 методи:

1. використання середньоквадратичного відхилення від середнього;
2. формування довірчого інтервалу оцінки середнього;
3. формування емпіричного довірчого інтервалу методом Bootstrap;
4. застосування бенчмарків, відповідно до законодавства.

Після проведення оцінки кожного параметру, досліджено якість індикаторів раннього попередження шляхом аналізу кореляцій між ризиками, що були виявлені у страховиків упродовж 2021 року та отриманих оцінок ризиковості кожного з показників. Встановлено вагові коефіцієнти та проведено розрахунок зваженої оцінки ризиковості для кожного страховика окремо.

Проведено додатковий аналіз впливу воєнного стану на стійкість моделі, динаміку зміни показників EWS та їх діапазонів прийнятних значень.

Список літератури

- [1] Lorenzo Danieli and Petr Jakubik, Early Warning System for the European insurance sector, 2018 .
- [2] NAIC, Insurance Regulatory Information System (iris) Ratios Manual, 2021.

Богдан Володимирович Заверуха — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: bohdan.zaver@gmail.com

Володимир Петрович Зубченко — канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: volodymyr.zubchenko@knu.ua

Вивчення загальних властивостей та застосування ентропійної міри ризику

П.О. Зеленько

Роботу присвячено новій когерентній мірі ризику, що називається ентропійною мірою ризику або ентропійною вартістю на межі ризику (Entropic value-at-risk, EVaR). Ця міра є верхньою границею як для ризикованої вартості (Value-at-Risk, VaR) так і для умовної ризикованої вартості (Conditional Value-at-Risk, CVaR), що неважко довести за допомогою нерівності Чернова. Для дійснозначної випадкової величини $Y \in L_0(\Omega, \mathcal{F}, P)$ зі скінченною твірною функцією моментів $m_Y(t) < \infty$ і для фіксованого $t_0 > 0$ ентропійна міра ризику EVaR з довірчим рівнем $\alpha \in [0, 1]$ (або рівнем ризику $1 - \alpha$) визначається наступним чином:

$$EVaR_\alpha(Y) := \inf_{t>0} t^{-1} \ln \frac{1}{1-\alpha} m_Y(t), \alpha \in [0, 1], \quad (1)$$

$$EVaR_1(Y) := \text{esssup} Y. \quad (2)$$

В нашій роботі вивчено основні властивості цієї міри, а також досліджено поведінку цієї міри при її застосуванні до випадкових процесів, наприклад, до процесу Орнштейна-Уленбека, що задається рівнянням

$$dY(t) = \theta(\mu - Y(t))dt + \sigma dW(t)$$

ю Для цього процесу

$$EVaR_\alpha(Y(t)) = Y(0)e^{-\theta t} + \mu(1 - e^{-\theta t}) + \frac{\sigma^2}{2\theta}(1 - e^{-2\theta t})\sqrt{2 \ln \frac{1}{1-\alpha}}. \quad (3)$$

Крім того, вивчено поведінку цієї міри у застосуванні до деяких розподілів, зокрема, розподілу Лапласа $X \sim L(\mu, b)$. В цьому випадку

$$EVaR_\alpha(X) = \mu - bW_{-1}(2e^{-2}(1-\alpha))\sqrt{1 + \frac{2}{W_{-1}(2e^{-2}(1-\alpha))}}, \quad (4)$$

де $\beta = \ln \frac{1}{1-\alpha} - m((0, t])$, W – функція Ламберта.

Отримані результати дають можливість ефективно використовувати дану міру для широкого класу моделей ціноутворення.

Список літератури

- [1] Ahmadi-Javid, A. Entropic Value-at-Risk: A New Coherent Risk Measure. J Optim Theory Appl 155, 1105?1123 (2012). <https://doi.org/10.1007/s10957-011-9968-2>
 - [2] Ahmadi-Javid, A., Pichler, A. An analytical study of norms and Banach spaces induced by the entropic value-at-risk. Math Finan Econ 11, 527?550 (2017). <https://doi.org/10.1007/s11579-017-0197-9>
 - [3] Ahmadi-Javid, Amir, Fallah-Tafti, Malihe, 2019. "Portfolio optimization with entropic value-at-risk," European Journal of Operational Research, Elsevier, vol. 279, pages 225-241. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.02.007>
-

Автори

Петро Олександрович Зеленько — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: zelenko.peter369@gmail.com

Система сингулярно збурених диференціальних рівнянь з диференціальною точкою звороту

Ірина Олександрівна Зеленьська

Системи диференціальних рівнянь з точками звороту є ефективними математичними моделями для багатьох задач прикладної математики, фізики, механіки тощо. Розглянемо систему сингулярно збурених диференціальних рівнянь:

$$\varepsilon Y'(x, \varepsilon) - A(x, \varepsilon)Y(x, \varepsilon) = H(x) \quad (1)$$

при $\varepsilon \rightarrow 0$, $x \in [-l, 0]$, $Y(x, \varepsilon) = \text{column}(y_1(x, \varepsilon), y_2(x, \varepsilon), y_3(x, \varepsilon), y_4(x, \varepsilon))$ - шукана вектор-функція, $H(x) = \text{column}(0, 0, 0, h(x))$ - задана вектор-функція,

$$A(x, \varepsilon) = A_0(x) + \varepsilon A_1 = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -c(x) & -b(x) & -a(x) & 0 \end{pmatrix}$$

відома матриця, елементи якої $a(x) = x\tilde{a}(x)$, $b(x)$, $c(x)$ – нескінченно диференційовні функції на відрізку $[0; l]$.

Систему рівнянь будемо досліджувати за умови, що $\tilde{a}(x) > 0$, $b(x) < 0$, $c(x) > 0$.

Простір функцій [1], в якому можна буде побудувати рівномірний асимптотичний розв'язок розширеної задачі (1) запишемо у вигляді: $R_{1r} = \alpha_{1r}(x)U_k(t) + \varepsilon^\gamma \beta_{1r}(x)U_k'(t)$, $R_{2r} = \alpha_{2r}(x)U_k(t) + \varepsilon^\gamma \beta_{2r}(x)U_k'(t)$, $R_{3r} = f_r(x)\psi(t) + \varepsilon^\gamma g_r(x)\psi'(t)$, $R_{4r} = \omega_r(x)$, $R_{4r} = \omega_r(x)$, де $\alpha_{kr}(x), \beta_{kr}(x)$, $f_r(x)$, $g_r(x), \omega_r(x) \in C^\infty[0, l]$, $k = 1, 2$. Тоді ряд

$$\begin{aligned} \tilde{y}(x, t, \varepsilon) = & \sum_{r=0}^{\infty} \varepsilon^r \left[\sum_{k=1}^2 \left[\alpha_{kr}(x)U_k(\varepsilon^{-\frac{2}{3}} \cdot \varphi(x)) + \varepsilon^{\frac{1}{3}} \beta_{kr}(x) \frac{dU_k(\varepsilon^{\frac{2}{3}} \cdot \varphi(x))}{d(\varepsilon^{-\frac{2}{3}} \cdot \varphi(x))} \right] \right] + \\ & + \sum_{r=0}^{\infty} \varepsilon^r \left[f_r(x)\psi(\varepsilon^{\frac{2}{3}} \cdot \varphi(x)) + \varepsilon^{\frac{1}{3}} g_r(x) \frac{d\psi(\varepsilon^{-\frac{2}{3}} \cdot \varphi(x))}{d(\varepsilon^{-\frac{2}{3}} \cdot \varphi(x))} \right] + \sum_{r=0}^{\infty} \varepsilon^r \omega_r(x) \end{aligned}$$

є формальним розв'язком системи (1).

Список літератури

- [1] Бобочко В., Перестюк М. Асимптотичне інтегрування рівняння Ліувілля з точками звороту.– Київ: Наукова думка, 2002.

Автори

Грина Олександрівна Зеленська — студентка 2-го курсу аспірантури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: Kopchuk@gmail.com

Непараметрична регресія за спостереженнями з суміші. Модифікована оцінка Нарадая-Ватсона

В. В. Змій

В роботі розглядається одна з найпопулярніших оцінок непараметричної статистики, а саме оцінка Нарадая-Ватсона. Розглядається вибірка, яка містить n елементів, причому об'єкти вибрані з суміші зі змінними концентраціями. Для кожного спостереження спостерігається вектор змінних, який містить незалежну змінну (регресор) та залежні змінну (відгук) $(X_j, Y_j)_{j=1}^n$. Залежність між відгуком та регресором буде описуватися непараметричною регресійною моделлю, в якій функції регресії різні для різних компонент: $Y_j = g^{(K(O_j))}(X_j) + \varepsilon_j$. Де $g^{(m)}$ – не випадкова функція регресії m -того компонента суміші; ε_j – випадкова похибка регресії; $K(O_j)$ – номер компонента суміші до якої належить j -тий об'єкт. Модифікована оцінка Нарадая-Ватсона функції регресії k -тої компоненти визначається як у [1]:

$$\hat{g}_n^{(k)}(x_0) = \frac{\sum_{j=1}^n a_{j;n}^k Y_j K\left(\frac{x_0 - X_j}{h}\right)}{\sum_{j=1}^n a_{j;n}^k K\left(\frac{x_0 - X_j}{h}\right)} \quad (1)$$

$a_{j;n}^k$ – не випадкові вагові коефіцієнти, які визначаються за концентраціями компонентів у суміші, K – ядро оцінки. Дана оцінка має два параметри налаштування, а саме параметр згладжування h і ядро оцінки K . Параметри обираються таким чином, щоб точність оцінки була як найкращою. З роботи [1] оптимальним для K є ядро Єпанечнікова:

$$K(x) = \frac{3}{4} (1 - x^2) 1\{|x| \leq 1\} \quad (2)$$

У доповіді можливості оцінки досліджуються на модельованих та реальних даних.

Список літератури

- [1] Дичко Г. М., Майборода Р. Є. “Узагальнені оцінки Нарадая-Ватсона для спостережень із суміші”, 2003, Київ, Україна.

Автори

Владислав Віталійович Змій — студент 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ,

Системи обертання сферичних графів

Іван Олегович Роман

В топології, теорії функцій та динамічних систем на поверхнях є багато об'єктів, структура яких може бути описана за допомогою клітково вкладених графів: функції Морса, потоки Морса-Смейла, розклади на ручки, хордові діаграми, діаграми склеювання багатокутників. Зауважимо, що вкладення довільного зв'язного графа у сферу є клітковим. В топологічній теорії графів [2] для задання вкладень часто застосовують системи обертання. Проте вони залежать від нумерації вершин та ребер. В роботі [1] запропоновано ввести відношення порядку на послідовностях, що будуються за таким принципом. Ми використовуємо цей підхід для побудову канонічної (мінімальної) системи обертання.

Для цього ми пропонуємо алгоритм, за допомогою якого ми знаходимо всі канонічні системи обертання для сферичних графів з не більш ніж 4 ребрами. Наприклад, для графів з не більш ніж двома ребрами канонічні системи обертання мають вигляд:

$$\begin{aligned}R_1 &= \{11\}, \\R_2 &= \{1, 1\}, \\R_3 &= \{12, 12\}, \\R_4 &= \{1122\}, \\R_5 &= \{1, 12, 2\}, \\R_6 &= \{1, 122\}.\end{aligned}$$

Список літератури

- [1] A.A. Oshemkov and V.V. Sharko. Classification of morse-smale flows on two-dimensional manifolds. *Matem. Sbornik*, 189(8):93–140, 1998.
[2] J. Gross and T. Tucker. *Topological graph theory*. Wiley, 1987.

Автори

Іван Олегович Роман — студент 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: 3847755@gmail.com

ω - limit sets for the impulse-perturbed parabolic equation in the space of continuous functions

Oleksiy Kapustyan, Juliia Fedorenko

Consider an important class of disturbed infinite-dimensional systems provided by evolutionary equations with impulsive effects. An impulsive dynamical system acting in the phase space H is a hybrid system described by an evolutionary equation together with impulsive disturbances which, in turn, are characterized by a closed set $M \subset H$ (impulsive set) and a mapping $I : M \mapsto H$ impulsive mapping. A solution of such a system, by definition, is a left-continuous function y satisfying evolutionary equation for all times t for which $y(t) \notin M$ and jumping to a new state $I(y(t))$ at all times t for which $y(t)$ reaches M . The main problem in the study of qualitative behavior of impulsive dynamical systems by classical methods is that solutions usually do not depend continuously on initial data. A number of examples illustrate already in the finite-dimensional case that new complex scenarios of possible limit behaviors of impulsive trajectories can

occur, which are fundamentally impossible in the non-impulsive case. Results concerning attracting sets for infinite-dimensional impulsive systems have appeared only a few years ago. But all those results concern the limit behavior of impulsive semiflows in Hilbert space and the presence of

scalar product played crucial role in those construction. In this paper we want to investigate ω -limit attracting sets for impulsive-disturbed systems parabolic system in the sup-norm of Banach space of continuous functions. The results of our investigations one can find in [1].

Список літератури

- [1] O. V. Kapustyan , J. V. Fedorenko, I. M. Tsyganivska. ω -limit sets for the impulse-perturbed parabolic equation in the space of continuous functions Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv Series: Physics and Mathematics 2022, 2 (in print)

Автори

Oleksiy Kapustyan — Head of Integral and Differential Equations Department, Mechanics and Mathematics Faculty, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: kapustyan@knu.ua

Julia Fedorenko — assistant, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: juliamfed@gmail.com

Application of the averaging method to the optimal control problem for nonlinear differential inclusion with fast-oscillating coefficients on the semi-axes

Nina Kasimova, Tetiana Zhuk, Iryna Tsyganivska

The intensive development of science and technology regularly stimulates the search for effective methods of control for various natural, economic, social, and technical processes. Mathematical models of such situations are problems of optimal control of various classes of evolutionary systems. Considerable attention is paid to mathematical models of processes in forms of differential equations and inclusions with a small parameter. To solve them widely used asymptotic methods, in particular, the averaging method. The main idea of this approach is that a non-autonomous differential inclusion is matched by an autonomous differential equation. This makes it possible to apply effective numerical methods for solving the averaged control problem. We consider the optimal control problem of a non-linear system of differential inclusions with fast-oscillating parameters on semi-axes. Under the natural assumptions for parameters of problem we prove the existence of solutions for the initial perturbed optimal control problem and the corresponding problem with averaged coefficients. Then, we prove the convergence of optimal controls of initial control problem to optimal process of averaged problem, and convergence of correspondent cost functionals. The results of our investigations one can find in [1].

Список літератури

- [1] Kasimova N., Zhuk T., Tsyganivska I., Approximate solution of the optimal control problem for non-linear differential inclusion on the semi-axes // Georgian Mathematical Journal (in print)

Автори

Nina Kasimova — Associate Professor, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: kasimova@knu.ua

Tetiana Zhuk — graduate student of the second year of study, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: zhuktetianab@knu.ua

Iryna Tsyganivska — Associate Professor, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: itsy8009@knu.ua

Динамічна біфуркація коливань осцилятора Ван дер Поля з повільно змінним параметром

Катальников М. М.

Розглядаємо систему диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \ddot{x} + (x^2 - \mu \cdot z) \dot{x} + x = 0, \\ \dot{z} = \varepsilon(1 - z^2)/2, \end{cases} \quad (1)$$

у якій $\mu > 0$ та $\varepsilon \geq 0$ — малі параметри. При $\varepsilon = 0$ та $z \equiv 1$ перше рівняння системи в результаті масштабування змінної $x \rightarrow \sqrt{\mu}x$ перетворюється на класичне рівняння Ван дер Поля. Як добре відомо, відповідна двовимірна система на фазовій площині (x, \dot{x}) має єдиний орбітально асимптотично стійкий цикл, який при $t \rightarrow \infty$ є атрактором усіх рухів, крім точки спокою. Нас цікавить питання: що відбувається в системі внаслідок повільної зміни параметра z , якщо $0 < \varepsilon \ll 1$? Комп'ютерна симуляція дає підстави вважати, що в системі має відбуватися динамічна біфуркація. Явище динамічної біфуркації у так званих швидко-повільних системах упродовж кількох останніх десятиліть активно досліджується (див. посилання у [1]).

У нашому випадку внаслідок того, що параметр z в процесі повільної еволюції за логістичним законом переходить від від'ємних значень до додатних, стан рівноваги першого рівняння системи втрачає стійкість. Певний час амплітуда коливань змінної x залишається малою. Однак, коли значення параметра z стає досить близьким до 1, інтенсивність коливань різко збільшується і на фазовій площині (x, \dot{x}) спостерігаються коливання, подібні до тих тих, що відповідають граничному циклу рівняння Ван дер Поля $\ddot{x} + (x^2 - \mu) \dot{x} + x = 0$. Наш основний результат полягає в теоретичному обґрунтуванні описаного вище явища. Зокрема доведено, що кожен розв'язок рівняння Ван дер Поля з початковими значеннями $|x(0)| + |\dot{x}(0)| \ll 1$ та з повільно змінним параметром $z = \tanh \frac{\varepsilon t - \theta}{2}$, $\theta \gg 1$, при $t \rightarrow \infty$ прямує до періодичного розв'язку рівняння з граничним значенням $z = 1$.

Список літератури

- [1] Parasyuk I., Repeta B. Dynamical bifurcation in a system of coupled oscillators with slowly varying parameters. Electron. J. Differential Equations, Vol. 2016 (2016), No. 233, pp. 1-32.

Автор

Микола Миколайович Катальников — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: prometheusaudio@gmail.com

Моделювання руху маніпулятора в рамках лагранжевого підходу

Коваленко Тиміш Геннадійович

Маніпулятор - це засіб або пристрій, який дозволяє людині здійснювати рухи та операції з об'єктами на відстані, без необхідності прямого контакту з ними. Маніпулятор можна описати в лагранжевих координатах, використовуючи рівняння Лагранжа. Лагранжеве формулювання механіки дозволяє описувати рух маніпулятора як системи частинок, де кожен зв'язок та кожна ступінь вільності має свою власну координату.

У загальному випадку, маніпулятор складається з N частинок, кожна з яких має власні локальні координати. Лагранжіан L визначається:

$$L = T - V$$

де T - кінетична енергія системи, V - потенціальна енергія системи.

Кінетична енергія системи обчислюється як:

$$T = \sum_{n=1}^3 \frac{1}{2} m_n \left(\left(\frac{dx_n}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy_n}{dt} \right)^2 \right)$$

де m_n - маса n -ої частинки, (x_n, y_n) - координати частинки.

Потенціальна енергія залежить від конфігурації системи та може бути визначена для кожної частинки окремо, якщо відомо положення всіх інших частинок. В нашому випадку потенціальна енергія буде мати вигляд:

$$V = g \sum_{n=1}^3 m_n y_n + \frac{1}{2} k (2l_1 \cos \theta_1)$$

За допомогою рівнянь Лагранжа можна отримати рівняння руху маніпулятора, що описують динаміку кожної частинки та рух системи в цілому.

$$\begin{cases} \frac{dL}{d\theta_1} - \frac{d}{dt} \frac{dL}{d\dot{\theta}_1} = 0 \\ \frac{dL}{d\theta_2} - \frac{d}{dt} \frac{dL}{d\dot{\theta}_2} = 0 \end{cases}$$

Звідси можна вивести рівняння, які дозволяють керувати маніпулятором, встановлюючи значення його координат та швидкостей.

Автори

Коваленко Тиміш Геннадійович — студент 4-го курсу бакалаврату, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: timofei1906@knu.ua

Розтяг пластини з поверхневою напівеліптичною тріщиною

Козаченко Олексій Володимирович

Задачі механіки руйнування, незважаючи на свою більш ніж столітню історію, на сьогодні залишаються важливими та актуальними. Велику роль при їх практичному розв'язанні відіграють довідники, зокрема робота [1]. Проте дані в цьому

довіднику були зібрані більше ніж три десятиліття назад, коли розвиток засобів обчислень значно поступався сучасному. Тому резонно виникає питання про їх точність. В даній роботі розглянуто одну із важливих задач механіки руйнування, а саме розтяг пластини з напівеліптичною тріщиною. Було розраховано коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН) вздовж фронту тріщини та співставлено отримані дані з тими, що наведені в довіднику [1].

У якості методу дослідження був обраний метод скінченних елементів, реалізований у пакеті з вільним режимом доступу CalculiX [2]. Необхідно зазначити, що в CalculiX відсутні вбудовані засоби визначення характеристик механіки руйнування, зокрема КІН. Тому для досягнення поставленої мети самостійно був реалізований метод визначення КІН шляхом апроксимації зміщень берегів тріщини.

За допомогою запропонованого підходу було досліджено напружений стан пластини з тріщинами з різним співвідношенням довжини та глибини. Встановлено, що відхилення між отриманими результатами та даними з довідника [2] знаходяться в межах 10%. На основі асимптотичного аналізу було з'ясовано, що більш точними слід вважати результати, отримані в даному дослідженні. Зазначений висновок пояснюється тим, що в оригінальній роботі [3], з якої дані увійшли до довідника, для дослідження використовувалось всього до 2300 вузлів для побудови скінченно-елементних моделей. В даній роботі використовувалися скінченно-елементні моделі, які утримують на порядки більше вузлів.

Список літератури

- [1] Murakami Y. (Editor-in-Chief) Stress Intensity Factors Handbook. — Pergamon Press, 1987.
 - [2] Dhondt G., Wittig K. CalculiX — A Free Software Three-Dimensional Structural Finite Element Program, <http://calculix.de>
 - [3] Raju I.S., Newman J.C. Stress-intensity factors for a wide range of semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plates, *Eng. Fract. Mech.* **11** (4), 1979.
-

Автори

Козаченко Олексій Володимирович — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: kolokol153@gmail.com

Щодо захищеності ЕК при FR-атаці

О. Я. Козачок

Еліптична криптографія — один з найбільш перспективних напрямків сучасної криптографії. Захищеність методів на її основі базується на складності задачі дискретного логарифмування на еліптичних кривих. Еліптична крива E над полем \mathbb{K} — це множина точок проективної площини $\mathbb{P}^2(\mathbb{K})$, які задовільняють деякому рівнянню Вейерштрасса

$$y^2z + a_1xyz + a_3yz^2 = x^3 + a_2x^2z + a_4xz^2 + a_6z^3, \quad \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_6\} \subset \mathbb{K},$$

що визначає несингулярну криву. Існує безліч можливостей задати таку криву та, відповідно, отримати різні характеристики груп, що має наслідком різну захищеність. Одним з найпоширеніших видів атаки є вкладення групи точок кривої у мультиплікативну групу деякого поля за допомогою білінійного відображення – парування. Для цієї мети широко використовують парування Вейля та Тейта. Атака

на основі останнього була запропонована у роботах [1] та отримала назву FR-атака за іменами авторів. Її сутністю є невідроджене білінійне відображення

$$E(\mathbb{F}_{q^k})[n] \times E(\mathbb{F}_{q^k})/[n]E(\mathbb{F}_{q^k}) \rightarrow \left\{ \mu_n \in \mathbb{F}_{q^k}^* : (\mu_n)^n = 1 \right\},$$

яке переводить задачу до звичайного дискретного логарифмування. Тут k - степінь розширення, який характеризує отриману складність після перетворення. У даній роботі розглянуто деякі аспекти такого роду задач, проаналізовано більш детально запропоновані у статтях [2] явні умови для сліду ЕК, що забезпечують вразливість або захищеність. На мові Wolfram, яку використовує система Mathematica, втілено два алгоритми для генерації вразливих та захищених кривих.

Список літератури

- [1] Frey, G., Rück, H.-G. (1994). A Remark Concerning m -Divisibility and the Discrete Logarithm in the Divisor Class Group of Curves. *Mathematics of Computation*, 62(206), 865–874.
- [2] Miyaaji Atsuko, Nakabayashi Masaki, Nonmembers Shunzou. (2001). New explicit conditions of elliptic curve traces for FR-reduction. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*. 84.

Автори

Олександра Ярославівна Козачок — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: sashulychka@ukr.net

Прогнозування макроекономічних показників та факторів спаду/зростання економіки

Б. С. Коноваленко, В.В. Голомозий

Прогнозування макроекономічних показників та факторів спаду/зростання економіки є важливим на сьогодні, оскільки дозволяє зробити ефективні рішення щодо управління економікою та запобігти можливим кризам та рецесіям. Поточний стан та можливий розвиток економіки досліджуваної країни та країн, що від неї залежать можна проаналізувати опираючись на такі макроекономічні показники як ВВП, рівень інфляції, рівень безробіття, тощо. Дослідження економіки та фінансів за допомогою машинного навчання дозволяє отримувати нові знання про фінансові ринки та їх поведінку, що важливо для прийняття рішень в галузі інвестицій та фінансового управління. Були зібрані дані, такі як інформація по іпотечних кредитах США, ціни на акції основних банків США, процент зростання ВВП/інфляції/безробіття США та залежних від неї країн у період з 1999 по 2016 роки. У цей період економіка США та залежних країн перебувала у різних станах, тому можна проаналізувати ці показники та побачити, чи є між ними зв'язок. Маючи інформацію по цих показниках, можна прогнозувати подальший рух економіки. Для цього використано метод машинного навчання Random Forest, адже він дозволяє моделювати нелінійні зв'язки та взаємодію між змінними, що робить його потужним інструментом для фінансового аналізу та прогнозування. Наразі вже виявлено деякі комбінації показників, що дають коефіцієнт детермінації не менше 0.85, що може вказувати на сильну залежність одних показників від інших та допомагати прогнозувати економічний стан країн у подальшому.

Автори

Коноваленко Богдан Сергійович — студент 4-го курсу бакалаврату, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: bodiakonovalenko@gmail.com

Голомозий Віталій Вікторович — кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна ; E-mail: vitaliy.golomoziy@knu.ua

Статистичний аналіз впливу факторів на рівень інфляції в Україні

О.В. Кот, В.П. Зубченко

Тема "Статистичний аналіз впливу факторів на рівень інфляції в Україні" є дуже актуальною, оскільки інфляція є важливим показником стану економіки країни, який безпосередньо впливає на рівень життя населення та конкурентоспроможність економіки в цілому. Україна має досить високий рівень інфляції, що є проблемою для бізнесу, населення та держави в цілому.

Проведений в роботі статистичний аналіз дозволяє виявити залежності між рівнем інфляції та різними факторами, такими як ціни на продукти, нерухомість, виробництво, тощо. Аналіз цих факторів може допомогти поглянути на ситуацію згідно даних 2022го року та провести співвідношення з історичними подіями, що вплинули на певний фактор, який згідно аналізу має велике значення на загальний рівень інфляції у країні.

В роботі представлено як практичну частину, зроблено за допомогою мови програмування Python, так і теоретичну частину проведеного аналізу. Проаналізовано рівень інфляції на базисі даних ІСЦ загального з ІСЦ вплинутих факторів за допомогою кореляційного аналізу та регресійного.

Автори

Кот Олена Володимирівна — студентка 4-го курсу бакалаврату, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: kolenat2002@gmail.com

Зубченко Володимир Петрович — кандидат фізико-математичних наук, асистент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: volodymyr.zubchenko@knu.ua

A law of the iterated logarithm for iterated random walks, with application to random recursive trees

Valeriya Kotelnikova

Consider a general branching process (a.k.a Crump-Mode-Jagers process) generated by an increasing random walk whose increments have finite second moment. Let $Y_k(t)$ be the number of individuals in generation $k \in \mathbb{N}$ born in the time interval $[0, t]$. I shall discuss a law of the iterated logarithm for $Y_k(t)$ with fixed k , as $t \rightarrow +\infty$. As a corollary, I shall also present a law of the iterated logarithm for the number of vertices at a fixed level k in a random recursive tree, as the number of vertices goes to ∞ .

The talk is based on the joint article [1] with Alexander Iksanov (Kyiv) and Zakhar Kabluchko (Münster).

Список літератури

- [1] A. Iksanov, Z. Kabluchko and V. Kotelnikova, *A law of the iterated logarithm for iterated random walks, with application to random recursive trees*. Preprint (2022) available at <https://arxiv.org/abs/2212.13441>
-

Автори

Valeriya Kotelnikova — 1st year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: valeria.kotelnikova@unicyb.kiev.ua

Обмежені в середньому розв'язки одного нелінійного різницевого рівняння

В.П.Кравець

Отримано достатні умови існування єдиного обмеженого у середньому розв'язку різницевого рівняння другого порядку зі стрибком операторного коефіцієнта і ліпшицевою нелінійністю.

Нехай (Ω, \mathcal{F}, P) — повний імовірнісний простір, X — комплексний сепарабельний банахів простір, $\mathcal{L}(X)$ — банахова алгебра лінійних обмежених операторів, визначених на X . Розглянемо різницеве рівняння

$$\begin{cases} \xi_{n+1} - 2\xi_n + \xi_{n-1} = A\xi_n + f(\xi_n) + \eta_n, & n \geq 1, \\ \xi_{n+1} - 2\xi_n + \xi_{n-1} = B\xi_n + f(\xi_n) + \eta_n, & n \leq 0, \end{cases} \quad (1)$$

в якому A, B — фіксовані оператори з $\mathcal{L}(X)$, $f : X \rightarrow X$ — відображення, що задовольняє умову Ліпшица зі сталою $K > 0$, тобто

$$\forall x, y \in X : \|f(x) - f(y)\| \leq K\|x - y\|,$$

$\{\eta_n, n \in \mathbb{Z}\}$ — задана обмежена в середньому послідовність X -значних випадкових елементів, визначених на (Ω, \mathcal{F}, P) .

Отримано достатні умови на оператори A, B і відображення f , при виконанні яких різницеве рівняння (1) має єдиний обмежений у середньому розв'язок $\{\xi_n, n \in \mathbb{Z}\}$ для довільної обмеженої в середньому послідовності $\{\eta_n, n \in \mathbb{Z}\}$.

Про застосування різницевого рівнянь з випадковою правою частиною див. [1] та наведені там посилання.

Список літератури

- [1] *Дороговцев А. Я.* Периодические и стационарные режимы бесконечномерных детерминированных и стохастических динамических систем. — К.: Вища шк., 1992. — 319 с.

Автори

Вікторія Павлівна Кравець — аспірантка 4-го року навчання, спеціальність “математика”, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: toriawik@ukr.net

Напружено-деформівний стан пластини з довільно орієнтованою тріщиною в полі одновісного розтягу

Круш Роман Михайлович

Незважаючи на свою більш ніж столітню історію, задачі механіки руйнування відносяться до актуальних та практично важливих задач. Напружений стан поблизу тріщини в нескінченній пластині, що знаходиться в полі одновісного розтягу, вперше був досліджений Вестергардом (див., наприклад, [1]). В даній роботі досліджується вплив на нього обмеженості розмірів пластини.

У якості методу дослідження був обраний чисельний метод скінченних елементів, реалізований в програмному пакеті CalculiX [2]. Значно спростити його використання у випадку двовимірних задач теорії пружності допомагає PyCalculiX — комплекс макросів на мові Python. Проте і в CalculiX, і в PyCalculiX відсутні вбудовані засоби визначення характеристик механіки руйнування. Для досягнення поставленої мети відповідні засоби були реалізовані, верифіковані та інтегровані в комплекс PyCalculiX самостійно. В їх основі лежить алгоритм визначення коефіцієнта інтенсивності напружень шляхом асимптотичного наближення зміщень точок берегів тріщини в околі її вершини.

За допомогою запропонованого підходу було досліджено напружений стан квадратної пластини з тріщинами різної довжини та різної орієнтації. Виявилось, що поблизу вершини тріщини орієнтація площадки з максимальними нормальними напруженнями, яка задає напрямок поширення тріщини в крихких тілах, практично не залежить від розміру платівки.

Список літератури

- [1] Зражевський Г.М., Кепич Т.Ю., Куценко О.Г. Основи теорії міцності, деформації та механіки руйнування. — Київ, 2005.
- [2] Dhondt G., Wittig K. CalculiX — A Free Software Three-Dimensional Structural Finite Element Program, <http://calculix.de>
- [3] Black J. PyCalculiX — Build FEA Models in Python, <http://justinablack.com/pycalculix>

Автори

Круш Роман Михайлович — студент 4-го курсу бакалаврату, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: krush.roma777@gmail.com

Математична модель фінансової динаміки страхової компанії

Ю. І. Кирпатенко, В. П. Зубченко

Існує немало передумов для розвитку страхового ринку, але одна з найголовніших — це довіра населення до страхової галузі. Через те, що кожна компанія, яка

займається страхуванням, приймає на себе природні та економічні ризики, яким піддаються фізичні та юридичні особи, виникає потреба у необхідності постійної оцінки фінансової динаміки компаній. Саме тому в процесі управління страховими компаніями необхідно використовувати особливі пластичні методи та інформаційні технології.

У роботі змодельовано процес руху грошових потоків інвестиційних доходів та власних коштів компанії. Були розглянуті такі чинники та ризики як: морталітет, інфляція, інвестиційний ризик, ризик зміни здоров'я та інші. Показано створення надійного математичного інструментарію для полегшення заходів забезпечення оперативного керування та рентабельності страхової компанії в довгостроковій перспективі.

Список літератури

- [1] Зубченко В.П. "Математичні основи страхування життя". Київ, ВПЦ «Київський університет», 223 р. - 2016.
-

Автори

Кирпатенко Юлія Іллівна — студентка 4-го курсу механіко-математичного факультету, Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: yulii.kyrpatenko@gmail.net

Володимир Петрович Зубченко — кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: volodymyr.zubchenko@knu.ua

Цілі та мероморфні функції. Їх властивості. Приклади

Бахар Киличнйазова, Ганна Верьовкіна

В роботі розглянуті основні поняття теорії комплексного аналізу – поняття аналітичної функції, поняття цілої та мероморфної (дробової) функції. Досліджені їх основні властивості та приклади. Опрацьовано матеріал [1]–[2].

Для цілої функції розглянуті питання вигляду функції, яка на нескінченності має усувну особливу точку, або полюс, або істотно особливу. Наведено приклади відповідних цілих функцій $f(z) = const$, $f(z) = c_n z^n + \dots + c_1 z + c_0$ та цілих трансцендентних функцій, що на нескінченності мають істотно особливу точку, таких як $\exp(z)$, $\cos(z)$, $\sin(z)$.

Для мероморфної функції, що має на нескінченності або усувну особливу, або полюс розглянуто її вигляд

$$f(z) = c_n z^n + \dots + c_1 z + c_0 + \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^{N(k)} \frac{c_{-l}^k}{(z - a_k)^l},$$

де $\{a_k, k = 1, \dots, n\}$ скінченний набір полюсів функції $f(z)$ кратностей $N(k)$ відповідно, що лежать в комплексній площині.

Наведені приклади мероморфних функцій, які на нескінченності мають точку накопичення полюсів. Наприклад, функція $\operatorname{ctg}(z)$, що має злічену кількість полюсів в комплексній площині і на нескінченності має точку накопичення полюсів. Також наведено приклад функції, що не є мероморфною, наприклад, $\operatorname{ctg}(\frac{1}{z})$. Така функція має в точці 0 точку накопичення полюсів.

Дана робота сприяє розширенню кола питань, що вивчаються у закладах середньої освіти і розвитку здатності аналізувати спеціалізовані практичні завдання.

Список літератури

- [1] Т.А.Мельник, «Комплексний аналіз: підручник». Київ: ВПЦ «Київський університет», 2015.
 - [2] «Комплексний аналіз. Приклади і задачі: навчальний посібник»/ За редакцією В.Г.Самойленко. Київ: ВПЦ «Київський університет», 2010.
-

Автори

Бахар Киличниязова — студентка 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: baharkylychnyyazowa@gmail.com

Ганна Володимирівна Верьовкіна — доцент кафедри математичної фізики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: gannaverov@knu.ua

Осесиметричний напружений стан пустотілого циліндру, що зазнав термічного удару

Кудрявцев Ярослав В'ячеславович

Термічний удар — явище, яке виникає при швидкій зміні температури навколишнього середовища і супроводжується розвитком в тілі значних температурних напружень. Тому його моделювання є актуальною і практично важливою проблемою термопружності. В даній роботі розглянута відповідна задача для пустотілого циліндра, температура у внутрішніх точках якого в початковий момент часу $t = 0$ є однорідною і рівною T_0 . У подальшому ($t > 0$) на внутрішній поверхні циліндра виникає конвективний теплообмін із зовнішнім середовищем, що стрибкоподібно змінює свою температуру з T_0 до значення $T_1 \neq T_0$, яке не змінюється з часом і не залежить від просторових координат. Зовнішня поверхня циліндра вважається теплоізолюваною. Задача полягає у визначенні полів температури та напружень, що виникають в стінці циліндра.

Сформульовану задачу можна розділити на дві послідовні задачі: задачу нестационарної теплопровідності для однорідного пустотілого циліндра та квазістатичну задачу визначення температурних напружень в циліндрі за відомим радіальним розподілом температури в кожний фіксований момент часу. Розв'язок першої задачі був отриманий за допомогою перетворення Лапласа. Обернене перетворення Лапласа виконувалося на основі другої теореми розкладу, що дозволило представити температурне поле у вигляді швидкозбіжного ряду за власними функціями. Друга задача була розв'язана на основі співвідношень, наведених в [1].

Адекватність отриманого аналітичного розв'язку була перевірена на модельній задачі термоудару, що виникає в процесі консервування, коли в нагріту до 200°C скляну ємність заливається рідина температурою 100°C . Порівняння отриманих результатів зі знайденими за допомогою стандартного скінченно-елементного пакету показало гарне співпадіння — відхилення між значеннями не перевищує 1%. Цікаво відзначити той факт, що при збільшенні товщини стінки ємності максимальні значення напружень, що в ній виникають, також збільшуються.

Список літератури

- [1] Timoshenko S.P., Goodier J.N. Theory of Elasticity — London, 1970.

Автори

Кудрявцев Ярослав В'ячеславович — студент 4-го курсу бакалаврату, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: reezor1ns@outlook.com

Прикладне застосування швидкого перетворення Фур'є та вейвлет перетворення

Дмитро Курдоманенко, Ростислав Ямненко

Багаторівневий аналіз цифрових сигналів за допомогою вейвлетів виник на початку 90-х років ХХ-го століття, досліджуючи умови, за яких функції можуть бути розкладені в ряди по базисам вейвлетів, тобто по ортогональних системам функцій $\{\varphi_{0k} = \varphi(x - k), k \in \mathbb{Z}\}$ та $\{\psi_{jk} = 2^{j/2}\psi(2^j x - k), j, k \in \mathbb{Z}, j \geq 0\}$, породженими певними функціями $\varphi(x) \in L_2(\mathbb{R})$ та $\psi(x) \in L_2(\mathbb{R})$, які називають також материнським і батьківським вейвлетами. Тобто довільна функція f із простору $L_2(\mathbb{R})$ може бути зображена у вигляді багаторівневого розкладу [1]

$$f(x) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \alpha_k \varphi_{0k}(x) + \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \beta_{jk} \psi_{jk}(x), \quad (1)$$

де $\alpha_k = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \overline{\varphi_{0k}(x)} dx$, $\beta_{jk} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \overline{\psi_{jk}(x)} dx$.

На відміну від розкладів функцій у ряди Фур'є, де в якості ортонормованого базису виступають синуси і косинуси, розклади (1) дозволяють використовувати різноманітні вейвлет базиси, зокрема і зі скінченим носієм. Це спричинило популярність застосування вейвлетів у різноманітних прикладних задачах. Розглянемо серед них такі: стискання зображень за допомогою швидкого перетворення Фур'є та вейвлет перетворення; видалення шуму із зображення за допомогою вейвлет перетворення; накладання 2-х зображень за допомогою вейвлетів; застосування вейвлет перетворення до класифікації зображень за допомогою згорткових нейронних мереж [2, 3].

Список літератури

- [1] Козаченко Ю.В. Лекції з вейвлет аналізу. – ТВіМС, 2004.
- [2] Versaci F. WaveTF: a fast 2D wavelet transform for machine learning in Keras* // Lecture Notes in Computer Science, 2021.
- [3] Li Q., Shen L., Guo S., Lai Z. Wavelet Integrated CNNs for Noise-Robust Image Classification // Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2020.

Автори

Дмитро Володимирович Курдоманенко — студент 3-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: dkurdomanenko@gmail.com

Ростислав Євгенійович Ямненко — доцент кафедри ТЙСАМ, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: rostyslav.yamenko@knu.ua

Дослідження поведінки випадкового гармонічного осцилятора

С. В. Кушніренко, В. С. Трубенко

Досліджується поведінка гармонічного осцилятора без тертя у випадку, коли під певними кутами до вектора фазової швидкості незбуреної системи діють флуктуації типу “білого та дробового шумів”. При вказаному збуренні маємо систему стохастичних диференціальних рівнянь із стрибками вигляду:

$$dx(t) = a(t, x(t)) dt + b(t, x(t)) dw(t) + \int_{\Theta} c(t, x(t-), \theta) \nu(dt, d\theta), \quad (1)$$

з початковими умовами $x_1(0) = ku_0$, $x_2(0) = \dot{u}_0$, де

$$a(t, x) = (q_1(t, x)x_1 + q_2(t, x)x_2, -q_2(t, x)x_1 + q_1(t, x)x_2),$$

$$b(t, x) = (g_1(t, x)x_1 + g_2(t, x)x_2, -g_2(t, x)x_1 + g_1(t, x)x_2),$$

$$c(t, x, \theta) = (\gamma_1(t, x, \theta)x_1 + \gamma_2(t, x, \theta)x_2, -\gamma_2(t, x, \theta)x_1 + \gamma_1(t, x, \theta)x_2),$$

$x = (x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$, $t \geq 0$, $\theta \in \Theta$, (Θ, β_{Θ}) – вимірний простір, $w(t)$ – одновимірний вінерівський процес, $\nu([0, t], A)$ – пуассонівська міра з параметром $t\Pi(A)$, $A \in \beta_{\Theta}$, процес $w(t)$ і міра $\nu([0, t], A)$ задані на ймовірнісному просторі $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$, \mathfrak{F}_t – вимірні при будь-якому t і A , а також незалежні між собою, $\mathfrak{F}_t \subset \mathfrak{F}$ – неспадний потік σ -алгебр.

Теорема. Якщо коефіцієнти системи (1) задовольняють умови існування єдиного розв'язку, а також для всіх $t \geq 0$ та $|x| \neq 0$ маємо: 1) $g_1(t, x) = 0$;

2) $\Pi\{\theta : (1 + \gamma_1(t, x, \theta))^2 + \gamma_2^2(t, x, \theta) \neq 1\} = 0$; 3) $\Pi\{\theta : |x + c(t, x, \theta)| = 0\} = 0$,

тоді з ймовірністю 1 для всіх $t \geq 0$ виконуються нерівності

$$|x(0)|^2 \exp \left\{ \int_0^t m(s) ds \right\} \leq |x(t)|^2 \leq |x(0)|^2 \exp \left\{ \int_0^t M(s) ds \right\},$$

де $m(t) = \inf_x I(t, x)$, $M(t) = \sup_x I(t, x)$, $I(t, x) = 2q_1(t, x) + g_2^2(t, x)$.

При доведенні теореми використано результати роботи [1].

Список літератури

- [1] Ю.С. Мішура, С.В. Кушніренко, Л.В. Волох. Інваріантні поверхні для певних класів систем другого порядку СДР зі стрибками. — Вісник КНУ імені Тараса Шевченка, Серія: фізико-математичні науки (2022), № 3, с. 22 — 27.

Автори

Світлана Володимирівна Кушніренко — доцент кафедри загальної математики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: bksv@ukr.net

Валерія Сергіївна Трубенко — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: trubenko.valeria@gmail.com

Вплив форми силового імпульсу на якість керування рухомою конструкцією з рідиною

Лесик Олексій Іванович

Практично важлива задача керування рухом конструкцій з рідиною переважно розв'язується на рівні лінійних моделей динамічних систем малої розмірності. Проте, при русі рідини, що заповнює порожнини конструкції, переважна частина процесів відбувається в нелінійному діапазоні збурень і доводиться користуватися нелінійними моделями з багатьма ступенями вільності. На сучасному рівні розвитку теорії керування таку задачу неможливо розв'язати існуючими методами. В даній роботі для керування з метою максимального зменшення впливу рідини на рух конструкції-носія використовується метод компенсації силового відгуку рідини на стінки резервуара. Для опису задачі динаміки використовується формулювання вихідної задачі на основі варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського та що рідина ідеальна, а конструкція не деформується. Використання такого варіаційного принципу дозволяє в аналітичному вигляді одержати вираз для силового відгуку рідини на стінки резервуара, який потім береться з протилежним знаком за керівну дію, яка компенсує силовий відгук рідини. Для переходу від континуальної постановки задачі (рівнянь в частинних похідних) до нелінійної системи звичайних диференціальних рівнянь застосовується метод Канторовича і асимптотичні методи нелінійної механіки з представленням розв'язку задачі у вигляді розкладу за формами вільних коливань з відповідними амплітудами [1]. Ця модель була комп'ютерно реалізована для циліндричного резервуара з рідиною при дії на систему короткотривалих силових імпульсів різної форми. В основі програмної реалізації моделі лежить визначення коефіцієнтів нелінійних рівнянь, приведення системи звичайних диференціальних рівнянь до форми Коші, чисельне інтегрування початкової задачі на основі методу Рунге-Куты. Одержані результати свідчать що для різних довжин імпульсів прямокутної і трикутної форм вплив рідкого наповнення на рух конструкції є суттєвим для некерованого руху, тоді як керування на основі компенсації силового відгуку рідини на стінки резервуара практично повністю виключає цей вплив, проте в більшості випадків призводить до незначного (на рівні до 10 відсотків) зростання хвиль на вільній поверхні рідини.

Список літератури

- [1] Лимарченко О.С., Матарачо Дж., Ясинский В.В. Динамика вращающихся конструкций с жидкостью – Киев, "Гнозис", 2002.
-

Автор

Олексій Іванович Лесик — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: alexey27lesik@gmail.com

Аналіз криптографічних бібліотек в мові програмування Golang

Мазаєва Ірина Сергіївна

При написанні програмного забезпечення важливим є використання криптографічних бібліотек задля гарантування його безпеки. Однак, якість та надійність таких бібліотек може суттєво відрізнятись. Аналіз відповідних бібліотек у мові програмування Golang має допомогти знизити ризики використання вразливих реалізацій алгоритмів шифрування, а також попередити потенційні вразливості. Окрім

того, що дана робота є корисною для розробників та може допомогти з вибором бібліотеки для свого проєкту, вона також буде корисною для користувачів, оскільки наступні зможуть перевірити програми, які вони використовують на безпечність.

Основним інструментом є `crypto` — стандартна бібліотека мови програмування Golang. В ній імплементовано криптографічні примітиви, такі як хешування, шифрування та `whajds` підписи. Проте, тут також є відомі вразливості. По-перше, не обійшлося без використання застарілих алгоритмів шифрування, а саме — DES та RC4. По-друге, неналежна перевірка вхідних даних. Під час використання режиму блочного шифрування (CBC), помилка ініціалізації вектору ініціалізації (IV) може дозволити зловмиснику виконати атаку на шифрування та дізнатися вміст зашифрованого повідомлення. По-третє, перевірки вхідних даних функцій не є достатніми. Так, бібліотека пропустить обраний ключ шифрування, розмір якого буде меншим за 128 біт, однак програма стане вразливою до атак перебору.

Були зафіксовані випадки виявлення вразливостей через неправильну реалізацію або через використання ненадійних сторонніх бібліотек. Наприклад, у версії Go 1.8.0 виявлено вразливість в реалізації функції ECDSA зі сторонньою бібліотекою `OpenSSL`. Це може дозволити зловмиснику виконувати підробку підписів.

Варто відзначити, що документація криптографічної бібліотеки `crypto` не є повною. Це може стати перешкодою до створення надійного захищеного проєкту, оскільки багато функцій є складними для розуміння та не мають відповідного опису та прикладів використання.

Список літератури

- [1] Read Practical Cryptography With Go | Leanpub. (n.d.). Leanpub.
 - [2] `crypto` package - `crypto` - Go Packages. (n.d.). <https://pkg.go.dev/crypto>
-

Автори

Ірина Сергіївна Мазаєва — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: ira.gosudarstvo@gmail.com

Крайова задача для рівняння теплопровідності із загальною стохастичною мірою

Манікін Борис Ігорович

Нехай \mathcal{B} — σ -алгебра підмножин X , де X — довільна множина, $L_0 = L_0(\Omega, \mathcal{F}, P)$ — множина всіх випадкових величин на повному ймовірнісному просторі (Ω, \mathcal{F}, P) . Тоді стохастичною мірою на \mathcal{B} будемо називати σ -адитивне відображення $\mu : \mathcal{B} \rightarrow L_0$.

У роботі [1] була розглянута задача Коші для рівняння теплопровідності із загальною стохастичною мірою. Ми розглядаємо крайову задачу, м'який розв'язок якої має вигляд

$$u(t, x) = \int_B G(t, x; 0, y) u_0(y) dy + \int_0^t ds \int_B G(t, x; s, y) f(s, y, u(s, y)) dy + \int_{(0, t]} d\mu(s) \int_B G(t, x; s, y) \sigma(s, y) dy, \quad (1)$$

де $(t, x) \in [0, T] \times \bar{B}$, B — обмежена область у \mathbf{R}^d , $G(t, x; s, y)$ — функція Гріна

крайової задачі $\mathcal{L}u = 0$, $u|_{(t,x) \in S} = 0$, $\mathcal{L}u = a^2 \Delta_x u - \frac{\partial u}{\partial t}$, $S = (0, T] \times \partial B$. Показано, що за певних умов на B , μ , u_0 , f , σ розв'язок (1) існує, єдиний і для довільних $\delta \in (0, T)$, B' , $\bar{B}' \subset B$ задовольняє співвідношення

$$|u(t_1, x_1) - u(t_2, x_2)| \leq L(|x_1 - x_2|^{\gamma_1} + |t_1 - t_2|^{\gamma_2})$$

для всіх $t_1, t_2 \in [\delta, T]$, $x_1, x_2 \in \bar{B}'$, і деяких сталих L, γ_1, γ_2 .

Список літератури

- [1] І. М. Боднарчук, Г. М. Шевченко, *Рівняння теплопровідності в багатовимірній області із загальною стохастичною мірою*, Теорія ймовір. та матем. статист., вип. 93, 2015, с. 7-21.

Автори

Борис Ігорович Манікін — аспірант 2-го року навчання, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Т. Г. Шевченка, Київ, Україна; E-mail: bmanikin@gmail.com

Про одне узагальнення групи базиліки

Маковецька Катерина Петрівна

Група базиліки зазвичай визначається як група, що утворюється двома автоморфізмами:

$$a = (b, id), \quad b = (01)(a, id),$$

які діють на бінарному кореневому дереві.

Також групу базиліки можна породити автоморфізмом, що генерує діадичний одометр:

$$c = (01)(c, id).$$

Ми розглядаємо спектральні властивості узагальнення цієї групи, що була породжена автоматом над діадичним одометром

$$O_2 = \{11, 10, 01, 00\}.$$

Список літератури

- [1] Петчик Дж. М., Раджієв К. On the Basilica operation, <https://ems.press/journals/ggd/articles/9221801>
- [2] Доменіко Е.Д., Фернандез-Алькобер Г. А., p-Basilica Groups, <https://link.springer.com/article/10.1007/s00009-022-02187-z>
- [3] Ющенко К., Basilica group, <https://web.ma.utexas.edu/users/juschenko/files/Lecture8.pdf>
- [4] Бржоска А., Джордж К., Джарвіс С., Роджерс Л. Д., Тепляев А., Spectral properties of graphs associated to the basilica group, <https://arxiv.org/pdf/1908.10505.pdf>

Автори

Маковецька Катерина Петрівна — студентка 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: kmakowetska@gmail.com

Математичне моделювання динаміки справедливої вартості інструменту своп процентної ставки

Мерзлякова Аліна Артемівна, Зубченко Володимир Петрович

На грошовому ринку формується ціна короткострокових фінансових ресурсів. Здійснюючи операції на грошовому ринку, Національний банк впливає на вартість таких ресурсів. Це є важливим для ефективного функціонування монетарного трансмісійного механізму, завдяки якому рішення, що приймає Національний банк в монетарній сфері, впливають на цінові процеси в державі.

Проведення Національним банком України на міжбанківському ринку операцій своп процентних ставок відкрило шлях до запровадження нового інструмента, який знижує процентні ризики для банків і додає їм стимулів для поживлення інвестицій та довгострокового кредитування.

Національний банк проводить операції своп процентної ставки з банками шляхом оголошення аукціонів за допомогою власного програмно-технологічного забезпечення або з використанням електронних торговельних систем. Математичне моделювання динаміки справедливої вартості інструменту своп процентної ставки дозволяє передбачити та розрахувати наперед процентні ризики для банків та мінімізувати їх вплив.

В роботі були використані параметрична модель Нельсона-Сігела та параметрична модель Свенсона для побудови базової кривої безкупонної дохідності за даними укладених та виконаних договорів з облігацій внутрішніх державних позик відповідної групи, формула НБУ для розрахунку справедливої вартості своп процентної ставки та модель для побудови лінійної регресії між кривою безкупонної дохідності та показниками, від яких вона залежить.

Усі використані математичні моделі показали гарну ефективність у розрахунках процентних ризиків та моделюванні динаміки справедливої вартості інструменту своп процентної ставки.

Список літератури

[1] Офіційний сайт національного банку України, <https://bank.gov.ua/>

Автори

Мерзлякова Аліна — студентка 2-го курсу магістратури, актуарна та фінансова математика, механіко-математичний факультет, Київський національний університет ім. Тараса Шевченка; E-mail: AlinaChadova99@gmail.com

Володимир Петрович Зубченко — кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, Київський національний університет ім. Тараса Шевченка; E-mail: Volodymyr.Zubchenko@knu.ua

Нормальні властивості чисел у термінах їхніх \overline{P} -зображень

Мороз Микола Петрович

Рядом Перрона, записаним у різнищевій формі, називають ряд

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{r_0 r_1 \cdot \dots \cdot r_n}{(r_0 + g_1 - 1)(r_0 + g_1) \dots (r_{n-1} + g_n - 1)(r_{n-1} + g_n)(r_n + g_{n+1})}, \quad (1)$$

де $g_n \in N$ для всіх $n \in N$.

Розглянемо довільний набір \overline{P} функцій $\overline{\varphi}_n$ таких, що $\overline{\varphi}_n: N \times \dots \times N \rightarrow N$ для кожного $n \in N$, $\varphi_0 = \text{const}$. Якщо число $x \in (0; 1]$ є сумою ряду (1), причому $r_0 = \overline{\varphi}_0$ та $r_n = \overline{\varphi}_n(g_1, \dots, g_n)$ для кожного $n \in N$, то розклад числа x в ряд (1) називають його \overline{P} -представленням, скорочений запис $\Delta_{g_1 g_2 \dots g_n \dots}^{\overline{P}}$ ряду (1) — \overline{P} -зображенням числа x , а число g_i — i -тою цифрою його \overline{P} -зображення.

Теорема 1. Для довільної послідовності \overline{P} функцій $\overline{\varphi}_n$ кожне число $x \in (0; 1]$ має і при цьому єдине \overline{P} -представлення.

Теорема 2. Нехай \overline{P} -зображення таке, що ряд $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\min \overline{\varphi}_n}$ збіжний. Тоді для

майже всіх чисел з $(0; 1]$ кожна цифра в їхніх \overline{P} -зображеннях зустрічається скінченну кількість разів.

Теорема 3. Нехай \overline{P} -зображення таке, що з деякого номера n_0 для всіх $k \geq n_0$: $\overline{\varphi}_k = \text{const}$. Тоді для того, щоб для майже всіх чисел $x \in (0; 1]$ кожна цифра i в їхніх \overline{P} -зображеннях зустрічалася нескінченну кількість разів, необхідно та достатньо,

щоб ряд $\sum_{k=n_0}^{\infty} \frac{1}{\overline{\varphi}_k}$ був розбіжним.

Теорема 4. Нехай \overline{P} -зображення таке, що з деякого номера n_0 для всіх $k \geq n_0$ нерівність $\overline{\varphi}_k(g_1, \dots, g_k) \geq \overline{\varphi}_{k-1}(g_1, \dots, g_{k-1}) + g_k$ виконується для довільного набору g_1, \dots, g_k . Тоді для майже всіх чисел з $(0; 1]$ кожна цифра в їхніх \overline{P} -зображеннях зустрічається скінченну кількість разів.

Список літератури

- [1] Perron O. Irrationalzahlen. 4te, durchgesehene und ergänzte Aufl. Göschens Lehrbücherei, I. Gruppe, Bd. I Walter de Gruyter & Co., Berlin, 1960.
- [2] Працьовитий М. В. *Фрактальний підхід у дослідженні сингулярних розподілів*. — Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 1998. — 296 с.

Автори

Микола Петрович Мороз — аспірант Інституту математики НАН України, Київ, Україна; E-mail: toroznik22@gmail.com

Визначення спеціальних періодичних точок течії Стокса в прямокутній порожнині

Мороз Руслана Миколаївна

Протягом останніх років спостерігається підвищена увага багатьох фахівців до проблеми реалізації якісного процесу перемішування рідин у двовимірних прямокутних порожнинах без участі фізичних змішувачів в самому процесі. Такий інтерес дослідників до цієї проблеми викликаний не тільки широким проявом процесів перемішування в природі, але і застосуванням різноманітних технологій перемішування в промисловості і техніці. Це стає можливим при періодичному збудженні течії нестисливої в'язкої рідини у прямокутній порожнині за допомогою дотичних швидкостей, прикладених на її стінках. Результати, одержані в цьому напрямку, стосуються задач, в яких бічні стінки в прямокутній порожнині вільні від навантаження, що фізично не можливо реалізувати.

Мета даної роботи полягає у побудові моделі, для задачі про рух нестисливої в'язкої рідини в прямокутній порожнині із закріпленими нерухомими бічними стінками, використовуючи при цьому аналітичний розв'язок. Двовимірна повільна Стоксова течія нестисливої в'язкої рідини може бути представлена в термінах бігармонічної задачі. Вона розв'язується аналітичним методом суперпозиції, який є ефективним для багатьох двовимірних бігармонічних задач в теорії пружності, згину пластин і течії Стокса [1, 2].

Аналітичний метод суперпозиції був реалізований в програмному пакеті Wolfram Mathematica – системі комп'ютерної алгебри, що містить багато функцій як для аналітичних перетворень, так і для чисельних розрахунків. Крім того, програма підтримує роботу з графікою і звуком, включаючи побудову графіків функцій, малювання довільних геометричних фігур, імпорт та експорт зображень і звуку. За допомогою пакету Mathematica була досліджена і побудована картина ліній течій в прямокутній порожнині з нерухомими бічними стінками, а також встановлено існування спеціальних періодичних точок течії третього порядку.

Список літератури

- [1] Мелешко В. В. Бігармонічна задача для прямокутника: історія та сучасність. Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2004. – 47, №3. – С.45-68.
 - [2] Мелешко В. В., ван Хейст Г. Я. Ф. Змішування в'язкої рідини у прямокутній порожнині. Мат. методи та фіз.-мех. поля.-2006. - 49, №1. - С.43-52.
-

Автори

Мороз Руслана Миколаївна — студентка 4-го курсу бакалаврату, механіко-математичного факультету, Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: ivankamoros08@gmail.com

Geometric recurrence of inhomogeneous Gaussian autoregression process

O. Moskanova

Let $W_n \sim N(0, \sigma_n^2)$, $n \in \mathbb{N}$ be a set of Gaussian random variables and $\{\alpha_n\}$, $n \in \mathbb{N}$ a real-numbered sequence. The inhomogeneous Gaussian autoregression process is a Markov chain of the following structure:

$$X_{n+1} = \alpha_{n+1}X_n + W_{n+1}$$

We propose stability conditions for the defined process. For a family of constants $c > 0$, for all $x \in \mathbb{R}$ and a sequence ψ_n we can bind the expectation $\mathbb{E}_x^n [\psi_{\sigma_C}^{-1}]$ of the first return time $\sigma_C = \inf\{n \geq 1 | X_n \in C\}$ to the set $C = [-c; c]$ by applying the following theorem:

Theorem. Assume that the following conditions hold:

1. Exists $\sigma > 0$ such that

$$\sigma = \sup_{n \in \mathbb{N}} \sigma_n$$

2. Exists $\epsilon \in (0; 1)$ such that only a finite number of $\{\alpha_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ lies outside the half-open interval $(0; \epsilon]$.

Define

$$\psi_n := \prod_{k=1}^n \left(\alpha_k + \frac{1 - \epsilon}{2} \right)$$

Then for any constant $c \geq \max\{1, \frac{2K}{1-\epsilon}\}$ and for all $x \in \mathbb{R}$ and for all $n \in \mathbb{N}$:

$$\mathbb{E}_x^n [\psi_{\sigma_C}^{-1}] \leq 1 + |x| + \left(K - \frac{1 - \epsilon}{2} \right) \mathbb{I}_C(x),$$

where $K = \frac{2\sigma}{\sqrt{2\pi}} + 1$.

By modifying the second condition of the theorem we obtained a stronger result:

Corollary. Suppose $0 < \epsilon = \sup\{\alpha_n\} < 1$. Set $\psi = (\frac{\epsilon+1}{2})^{-1}$, then for all $x \in \mathbb{R}$ holds:

$$\mathbb{E}_x^n [\psi^{\sigma_C}] \leq 1 + |x| + \left(K - \frac{1 - \epsilon}{2} \right) \mathbb{I}_C(x)$$

Список літератури

- [1] Golomoziy, V.: On geometric recurrence for time-inhomogeneous autoregression. In print, Modern Stochastics: Theory and Applications (2023)
- [2] Douc, R. et al.: Markov Chains. Springer Nature Switzerland (2018)
- [3] Meyn, S.P., Tweedie, R.L.: Markov Chains and Stochastic Stability. Springer-Verlag London Limited (1993)

Authors

Olha Moskanova — 2nd year Master's student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: olga.moskanova@knu.ua

Інтелектуальна система для дослідження темпів будівництва

Арзамасцев В. О., Нагорна В. В., Тарасенко О. В.

У 2014-2023 роках українська економіка зазнала значних якісних змін, спричинених вторгненням російської федерації на територію України та пандемією. Вони торкнулись багатьох галузей економіки, у тому числі будівництва. Це в свою чергу негативно вплинуло на рівень зайнятості, інвестицій, сповільнило розвиток важливих сфер економіки та знизило рівень життя населення. [1]

Розроблена нами інтелектуальна система для дослідження темпів будівництва показала значну рецесію у багатьох галузях будівництва в 2019-2022 роках. Особливо яскраво тенденція спаду спостерігається у будівництві, пов'язаному зі сферами охорони здоров'я, освіти, туризму, розважальної індустрії, а також із житлом. Також важливо зазначити, що невиконання планів будівництва, затверджених на 2017-2025 роки, має суттєвий вплив на галузь сільського господарства, яка є ключовою для економіки України. Чисельність сільського населення невпинно скорочується, а трудова міграція зростає [2].

Використовуючи результати нашої інтелектуальної системи можна дійти висновку, що необхідним кроком для підсилення української економіки є інвестиції у сферу будівництва. Розбудови житлових кварталів допоможуть створити нові робочі місця та збільшити податкові надходження в бюджет, а виконання планів освоєння сільськогосподарських земель дозволить збільшити експорт та посилити продовольчу безпеку.

Список літератури

- [1] Белоус О., "Будівництво житла в Україні в кризу скоротилося майже на 20%", <https://www.rbc.ua/ukr/news/stroitelstvo-zhilya-ukraine-krizis-sokratilos-1612194395.html>, 2021
 - [2] <https://www.ukrinform.ua/rubric-society/2736219-silskve-naselenna-ukraini-za-10-rokiv-skorotilos-na-16-ekspert.html>, 2019
-

Автори

Арзамасцев Владислав Олександрович — студент 4-го курсу, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: arzik66677@gmail.com

Нагорна Владлена Вадимівна — студентка 4-го курсу, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: n.vladlena966@gmail.com

Тарасенко Олександра Владленівна — студентка 4-го курсу, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: aleksandra_tarasenko@knu.ua

Робастна стійкість глобальних атракторів еволюційних систем без єдиності

Нікіфоров Ілля Станіславович, Юсіпів Тарас Васильович

Еволюційні системи без єдиності розв'язку відіграють важливу роль в загальній теорії нескінченновимірних динамічних систем [1]. Основним об'єктом якісної теорії для таких систем виступає глобальний атрактор – компактна інваріантна рівномірно притягуюча множина [2]. У роботі розглянуто питання робастної стійкості (локальної стійкості від входу до стану) для глобальних атракторів багатовимірних напівпотоків. Нехай S_0 – m -напівпотік, породжений автономною еволюційною задачею, S_u – m -напівпроцес, що породжується розв'язками збуреної задачі ($u \in U$ – неавтономне збурення). Основним результатом роботи є наступна теорема:

Припустимо, що m -напівпотік S_0 є строгим, компактноточковим та має інваріантний стійкий глобальний атрактор Θ . Додатково, нехай існує локально обмежена функція $c : R_+ \rightarrow R_+$ така, що $\forall r > 0, \forall t \geq 0 : \|x_1\| \leq r, \|x_2\| \leq r \Rightarrow \text{dist}(S_0(t, 0, x_1), S_0(t, 0, x_2)) \leq e^{c(r)t} \|x_1 - x_2\|$. Припустимо, що $\exists \sigma \in \mathcal{K}$, існує неперервна функція $d : R_+^2 \rightarrow R_+$ така, що $\forall r > 0 \lim_{t \rightarrow 0+} \frac{d(r, t)}{t} < \infty$ та $\forall t \geq 0 :$

$\|u\|_\infty \leq r, \|x\| \leq r \Rightarrow \text{dist}(S_u(t, 0, x), S_0(t, 0, x)) \leq d(r, t)\sigma(\|u\|_\infty)$. Нехай $\forall r > 0$ множина $\bigcup_{t \geq 0} \bigcup_{\|u\|_\infty \leq r} \bigcup_{\|x\| \leq r} S_u(t, 0, x)$ є обмеженою. Тоді $\{S_u\}_{u \in U}$ є локально стійкою в сенсі ISS по відношенню до Θ , тобто існують такі функції $\beta \in \mathcal{KL}, \gamma \in \mathcal{K}$, що $\|x\|_\Theta \leq r, \|u\|_\infty \leq r \Rightarrow \forall t \geq 0 \|S_u(t, 0, x)\|_\Theta \leq \beta(\|x\|_\Theta, t) + \gamma(\|u\|_\infty)$, де $\|x\|_\Theta = \inf_{\theta \in \Theta} \|x - \theta\|, \|u\|_\infty = \text{ess sup}_{t \geq 0} |u(t)|$, а \mathcal{K} та \mathcal{KL} – стандартні класи порівнянь.

Список літератури

- [1] J. ТЕМАМ, *Infinite-Dimensional Dynamical Systems in Mechanics and Physics*, Springer, 2nd edition, 1997.
- [2] O.V. КАПУСТЯН, V.V. СОВЧУК, T.V. YUSYPIV, A.V. PANKOV, *Robust stability of global attractors for evolutionary systems without uniqueness*, *Journal of optimization, differential equation and their applications (JOEDA)*, **30**, 2022. DOI: <http://dx.doi.org/10.15421/142208>

Автори

Нікіфоров Ілля Станіславович – студент 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: illnik02@ukr.net

Юсипів Тарас Васильович – аспірант 2-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: yusy pivt7@gmail.com

Множини Ферма–Торрічеллі скінченних наборів точок на площині

I. A. Овцинов

Дане наукове повідомлення присвячене вивченню множин Ферма–Торрічеллі скінченних наборів точок в евклідовому метричному просторі розмірності 2 зі стандартною метрикою, або ж евклідовій площині.

Точкою Ферма–Торрічеллі фіксованого набору точок $\{x_1, \dots, x_n\}$ в метричному просторі (X, ρ) [1, с. 236] називається така точка $\bar{x} \in X$, що $\forall x \in X$:

$$\sum_{k=1}^n \rho(\bar{x}, x_k) \leq \sum_{k=1}^n \rho(x, x_k).$$

Множиною Ферма–Торрічеллі цього набору точок називатимемо множину його точок Ферма–Торрічеллі.

Попередньо автором роботи було доведено, що множина Ферма–Торрічеллі довільного скінченного набору точок на евклідовій площині завжди непорожня, опукла й компактна. У роботі показано, що якщо три попарно різні точки x_1, x_2, x_3 лежать на одній прямій у заданому порядку, то єдиною точкою Ферма–Торрічеллі цього набору є точка x_2 . Якщо ж ці три точки є вершинами трикутника, причому x_2 проєктується на відміну від них точку x_4 на прямій з точками x_1 та x_3 , то справджується нерівність:

$$F(\bar{x}) := \|\bar{x} - x_1\| + \|\bar{x} - x_2\| + \|\bar{x} - x_3\| \leq \|x_1 - x_3\| + \|x_2 - x_4\|,$$

де \bar{x} – точка Ферма–Торрічеллі набору точок x_1, x_2 та x_3 .

Більш за те, з'ясовано, що якщо $\|x_2 - x_1\| = \|x_2 - x_3\|$ за таких умов, то точка Ферма–Торрічеллі точок x_1, x_2 та x_3 єдина, причому лежить на множині $A = \{\alpha x_2 + (1 - \alpha)x_3 \mid \alpha \in [0; 1]\}$. Звідси випливає, що якщо має місце рівність $\|x_2 - x_1\| = \|x_2 - x_3\| = \|x_1 - x_3\|$, то точка Ферма–Торрічеллі точок x_1, x_2 та x_3 єдина й є центром тяжіння правильного трикутника з вершинами в цих трьох точок.

Список літератури

- [1] Boltyanski V., Martini H., Soltan V., Combinatorial optimization, Volume 4: Geometric methods and optimization problems, Springer-Science+Business Media, B.V., Dordrecht, 1999, 429 pages.

Автори

Ілля Аркадійович Овцинов — студент 1-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: iliarkov@gmail.com

Справедлива ціна та геджові стратегії інвестора для опціонного контракту європейського типу.

Панькова Марія Анатоліївна

Для дисконтованої еволюції ризикового активу заданої законом

$$S_n = \frac{S_0 \prod_{i=1}^n \exp(\sigma \varepsilon_i + \mu)}{B_0 e^{nr}}, \quad (1)$$

де $\sigma > 0$ - волатильність ринку, μ - коефіцієнт росту ринку, r - ставка відсотка на депозит, ε_i - незалежні однаково розподілені випадкові величини, які набувають двох значень -1 та 1 з ймовірностями $\frac{1}{2}$, знайдено умови існування єдиної мартингальної міри та побудовано формули для справедливої ціни опціонного контракту call європейського типу та формули для геджових стратегій інвестора.

Знайдено формули запрограмовано для практичної їх реалізації на фінансових ринках.

Список літератури

- [1] Gonchar, N. S. (2021) Non-Arbitrage Models of Financial Markets, Global Journal of Science Frontier Research, V.21 Issue 4. P. 67-112
- [2] Фондовый рынок і економічний ріст / М.С. Гончар. – К. Обереги, 2001. – 826 с. – (Б-ка Держ. фонду фундамент. Досліджень).
- [3] Gonchar, N. S. (2020) Derivatives pricing in Non-arbitrage market, Global Journal of Science Frontier Research, V.20 issue 14, P. 32-101.
- [4] Delbaen, Freddy, and Walter Schachermayer. The mathematics of arbitrage. Springer Science & Business Media, 2006.

Автори

Панькова Марія Анатоліївна — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: pankova.maa@gmail.com

Задачі оцінювання невідомих значень стохастичних процесів за даними спостережень з пропусками

Д. Ю. Платонов

Досліджується задача оптимального лінійного оцінювання функціонала

$$A_S \xi = \sum_{j=0}^N a(j) \xi(j)$$

від невідомих значень стаціонарної послідовності $\xi(j)$, $j = 0, \dots, N$ за даними спостережень $\zeta(j) = \xi(j) + \eta(j)$, $j \in S$, де $S = \{-M_1, \dots, -1\} \cup \{N+1, \dots, N+M_2\}$, $\eta(j)$ – шум, тобто некорельована з $\xi(j)$ стаціонарна послідовність.

Нехай $f(\lambda)$ та $g(\lambda)$ – спектральні щільності $\xi(j)$ та $\eta(j)$ відповідно, що задовольняють умову мінімальності $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{f(\lambda)+g(\lambda)} d\lambda < \infty$.

Позначимо через R, B, Q матриці, що визначаються формулами

$$\begin{aligned} R_{j,k} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-i(j-k)\lambda} \frac{f(\lambda)}{f(\lambda) + g(\lambda)} d\lambda, \\ B_{j,k} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-i(j-k)\lambda} \frac{1}{f(\lambda) + g(\lambda)} d\lambda, \quad j, k = \overline{0, N}, \\ Q_{j,k} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-i(j-k)\lambda} \frac{f(\lambda)g(\lambda)}{f(\lambda) + g(\lambda)} d\lambda. \end{aligned}$$

Тоді спектральна характеристика та середньоквадратична похибка обчислюються за формулами

$$\begin{aligned} h(e^{i\lambda}) &= \frac{f(\lambda)}{f(\lambda) + g(\lambda)} \cdot \sum_{j=0}^N a(j) e^{ij\lambda} - \frac{1}{f(\lambda) + g(\lambda)} \cdot \sum_{j=0}^N (B^{-1} R \bar{\mathbf{a}})_j e^{ij\lambda} d\lambda, \\ \Delta(h; f; g) &= \langle R \bar{\mathbf{a}}, B^{-1} R \bar{\mathbf{a}} \rangle + \langle Q \bar{\mathbf{a}}, \bar{\mathbf{a}} \rangle. \end{aligned}$$

Список літератури

- [1] M. Moklyachuk and M. Sidei, Extrapolation problem for stationary sequences with missing observations, *Statistics, Optimization & Information Computing*, vol. 5, no. 3, pp. 212–233, 2017.
-

Автори

Платонов Денис Юрійович — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: denis.plaj@gmail.com

Визначення форм коливань рідини в резервуарах на основі методу допоміжної області

Пляс Павло Олександрович

Відома задача про визначення форм і частот коливань рідини в резервуарах має самостійне значення, а також її розв'язок використовується як координатні функції в різних варіантах побудови нелінійних моделей динаміки тіл з рідиною. Аналіз виконання граничних умов задачі і умов розв'язності задачі Неймана для рівняння Лапласа свідчить про те, що традиційні методи не забезпечують належної точності виконання граничних умов, причиною чого є відома сингулярність на контурі трифазного контакту стінка-рідина-повітря. До того ж при підйомі рідини над рівнем незбуреної вільної поверхні при використанні традиційних підходів на стінці вище рівня незбуреної вільної поверхні ніякі граничні умови не ставляться взагалі, що суперечить умові розв'язності задачі.

Для розв'язання цієї проблеми використовується метод допоміжної області [1] який базується на властивості коливань рідини в резервуарах, відміченій Жуковським. Якщо розглянути два резервуари з рідиною різних рівнів заповнення, і відокремити в резервуарі з більшим рівнем заповнення частину області рідини, яка збігається з областю меншого рівня заповнення, то кінематика руху рідини в цих областях буде подібною, хоча може відбуватися рух з іншими частотами. На основі цього пропонується така схема розв'язання: умовно підвищується рівень заповнення рідини в резервуарі, розв'язується задача на власні значення. За координатні функції приймаються значення на перерізі, що відповідає реальному рівню заповнення. Цей прийом в певному розумінні еквівалентний винесенню сингулярного контуру за межі області рідини. В підсумку виконання граничних умов значно покращується, а частоти коливань рідини відрізняються від частот, визначених традиційними методами на доли відсотків. Такий підхід реалізований на прикладі резервуару у формі гіперболоїда обертання.

Список літератури

- [1] Limarchenko O.S. Peculiarities of application of perturbation techniques in problems of nonlinear oscillations of liquid with a free surface in cavities of non-cylindrical shape, Український математичний журнал, 2007, Т. 59, № 1

Автор

Павло Олександрович Пляс — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: pasha_plyas@ukr.net

Методи Монте – Карло в машинному навчанні

Порочук Марія Костянтинівна

В даній роботі розглядається задача прогнозування рейтингу фільму заснованому на відгуках користувачів з використанням датасету "Netflix Prize". Цей датасет містить близько 100 мільйонів оцінок для 17 770 фільмів від 480 189 користувачів. Користувачі та фільми представлені цілими числами, а оцінки можуть набувати значень від 1 до 5. Для розв'язання задачі було використано метод ймовірнісної матричної факторизації (PMF). Для обчислення параметрів обраної моделі було застосовано байєсівський підхід з використанням методу Монте-Карло який полягає у генерації марківської послідовності випадкових величин, що утворюють вибірку з апостеріорного розподілу. Також, для порівняння було застосовано класичну PMF

модель яка полягає у використанні пакетного градієнтного спуску (mini-batch gradient descent) для пошуку мінімуму цільової функції. В порівнянні з класичною РМФ моделлю байєсівський підхід має переваги у вигляді вищої точності і недоліки у швидкості навчання та необхідності залучення великої обчислювальної потужності. В обох випадках, у якості оцінки точності прогнозу обрано середньоквадратичне відхилення (RMSE).

Список літератури

- [1] Salakhutdinov R., & Mnih A. (2007). Bayesian Probabilistic Matrix Factorization using Markov Chain Monte Carlo
 - [2] Salakhutdinov, R., & Mnih, A. (2008). Probabilistic matrix factorization. Advances in Neural Information Processing Systems 20. Cambridge, MA: MIT Press
-

Автори

Поровчук Марія Костянтинівна — студентка 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: m.porovchuk@knu.ua

Існування і єдиність слабого розв'язку стохастичного функціонально-диференціального рівняння нейтрального типу у нескінченновимірних просторах

Правдивий О.А.

Дослідження властивостей розв'язку стохастичного функціонально-диференціального рівняння нейтрального типу набуває все більшого значення в прикладних задачах. Загальновідомими є дослідження про існування і єдиність м'якого(mild) розв'язку рівняння нейтрального типу. В роботі проводилось дослідження існування і єдиності слабого розв'язку, і було виявлено достатні умови існування і єдиності слабого розв'язку рівняння нейтрального типу.

Розглянемо наступне стохастичне функціонально-диференціальне рівняння нейтрального типу :

$$\begin{aligned}d[u(t) + g(u_t)] &= [Au + f(u_t)]dt + \sigma(u_t)dW(t), t > 0; \\ u(t) &= \phi(t), t \in [-h, 0], h > 0;\end{aligned}\tag{1}$$

Нехай $V \subset H_0 \cong H_0^* \subset V^*$ - трійка Гельфанда, тоді W - циліндричний Вінерівський процес на сепарабельному гільбертовому просторі U , $u(t)$ - стохастичний процес з значеннями в V , A - нелінійний оператор з V в V^* . Нехай $C_h = C((-h, 0], H_0)$, тоді $u_t = u(t+v)$, $v \in (-h, 0]$ і f, g - функції з C_h в V^* , а σ - функція з C_h в $L_2(U, H_0)$.

Тоді, якщо накласти на функції f, σ умови коерцитивності та монотонності, накласти на оператор A умови коерцитивності та припустити, що для g виконується умова Ліпшица зі сталою $L < 1$, то слабкий розв'язок рівняння (1) існує і єдиний.

Список літератури

- [1] Michael Rockner, Rongchan Zhua, Xiangchan Zhub, Existence and uniqueness of solutions to stochastic functional differential equations in infinite dimensions

Автори

Правдивий Олександр Андрійович – студент 1-го курсу аспірантури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: awxrvtb@gmail.com

Оцінювання параметрів у моделі Кокса–Інгерсолла–Росса за дискретними спостереженнями

Проніна Д. В.

Процес Кокса–Інтерсолла–Росса визначається як єдиний розв’язок стохастично-го диференціального рівняння:

$$dr_t = (a - br_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t, \quad r_t|_{t=0} = r_0 > 0,$$

де $W = \{W_t, t \geq 0\}$ – вінерівський процес, a, b, σ – додатні константи.

Вивчається задача статистичного оцінювання параметрів зсуву (a, b) за дискретними спостереженнями траєкторії процесу r . А саме, для кожного натурального числа n розглядається рівномірне розбиття відрізка $[0, n]$ з кроком $\delta_n = \frac{1}{n^\beta}$, де $\beta > 0$. Нехай $t_k = \frac{k}{n^\beta}$ – моменти спостережень, а $m_n = n^{\beta+1}$ – кількість спостережень на відріжку $[0, n]$. Побудовано оцінки

$$\hat{a}_n = \frac{\sigma^2}{2} \cdot \frac{\left(\sum_{k=0}^{m_n-1} r_{t_k} \delta_n\right)^2}{n \sum_{k=0}^{m_n-1} r_{t_k}^2 \delta_n - \left(\sum_{k=0}^{m_n-1} r_{t_k} \delta_n\right)^2},$$
$$\hat{b}_n = \frac{\sigma^2}{2} \cdot \frac{n \sum_{k=0}^{m_n-1} r_{t_k} \delta_n}{n \sum_{k=0}^{m_n-1} r_{t_k}^2 \delta_n - \left(\sum_{k=0}^{m_n-1} r_{t_k} \delta_n\right)^2},$$

які є дискретними аналогами оцінок ергодичного типу, запропонованих в [1]. За припущення $a > \sigma^2$, доведено консистентність оцінок (\hat{a}_n, \hat{b}_n) при $n \rightarrow \infty$. За допомогою комп’ютерного моделювання виконано порівняння побудованих оцінок з дискретизованими оцінками максимальної вірогідності зі статті [2].

Список літератури

- [1] O. Dehtiar, Y. Mishura, K. Ralchenko. Two methods of estimation of the drift parameters of the Cox–Ingersoll–Ross process: Continuous observations. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 2022, Vol. 51, 6818–6833.
- [2] O. Chernova, O. Dehtiar, Y. Mishura, K. Ralchenko. Rate of convergence of discretized drift parameters estimators in the Cox–Ingersoll–Ross model. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 2023, 23 pp. DOI: 10.1080/03610926.2023.2196591.

Автор

Проніна Дар'я — студентка 2-го курсу магістратури, прикладна та теоретична статистика, механіко-математичний факультет, Київський національний університет ім. Тараса Шевченка; E-mail: dshq0506@gmail.com

Асимптотичні властивості оцінок параметрів моделі Васічека за дискретними спостереженнями

О. Д. Приходько, К. В. Ральченко

Розглядається математична модель еволюції відсоткової ставки, яка була вперше запропонована О. Васічеком у 1977 році [1]:

$$dX_t = (\alpha - \beta X_t)dt + \gamma dW_t, \quad X_t|_{t=0} = x_0 \in \mathbb{R}, \quad (1)$$

де $W = \{W_t, t \geq 0\}$ — вінерівський процес, а параметри $\alpha \in \mathbb{R}$, $\beta > 0$ і $\gamma > 0$ фіксовані, але невідомі. Оцінювання значень параметрів α , β і γ проведено за дискретними спостереженнями $X_0, X_h, X_{2h}, \dots, X_{nh}$ з фіксованим додатним кроком h . Для вказаних параметрів побудовано такі оцінки:

$$\hat{\beta}_n = \frac{1}{h} \ln^+ \frac{\eta_n - \xi_n^2}{\zeta_n - \xi_n^2}, \quad \hat{\alpha}_n = \xi_n \hat{\beta}_n, \quad \hat{\gamma}_n = 2\hat{\beta}_n (\eta_n - \xi_n^2), \quad (2)$$

де

$$\xi_n := \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} X_{kh}, \quad \eta_n := \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} X_{kh}^2, \quad \zeta_n := \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} X_{kh} X_{(k+1)h}, \quad (3)$$
$$\ln^+ x = \begin{cases} \ln x, & x > 1, \\ 0, & x \leq 1. \end{cases}$$

Досліджено асимптотичну поведінку оцінок $(\hat{\alpha}_n, \hat{\beta}_n, \hat{\gamma}_n)$ при $n \rightarrow \infty$. Доведено, що ці оцінки є строго конзистентними та асимптотично нормальними; знайдено явний вигляд асимптотичної коваріаційної матриці. Якість отриманих оцінок перевірено на змодельованих траєкторіях процесу X , який є розв'язком стохастичного диференційного рівняння (1). Отримані числові значення підтвердили теоретичні результати про строгу конзистентність та асимптотичну нормальність оцінок (2).

Список літератури

- [1] Vasicek O. An equilibrium characterization of the term structure // Journal of Financial Economics. 1977. Vol. 5, no. 2. P. 177–188.

Автори

Ольга Дмитрівна Приходько — аспірант 1-го року навчання, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: prykhodkood@gmail.com

Костянтин Володимирович Ральченко — д.ф.-м.н., доцент, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: kostiantyrynralchenko@knu.ua

Вплив реактивних сил витікання в задачі про кутовий рух резервуару з рідиною

Причантовський Іван Володимирович

Актуальність задач про нелінійні коливання рідини з вільною поверхнею важко переоцінити. Майже у всій сучасній техніці використовуються рідини як паливо чи вантаж. Наприклад в спортивних автомобілях маса палива може складати до п'ятнадцяти відсотків від маси усього автомобіля, тому дуже важливими є розробки надійних моделей динаміки систем з рідиною для передбачення будь-яких ситуацій.

Розглянуто рух системи резервуар-рідина в нелінійній постановці, з витратою рідини і без, під дією короткотривалого імпульсу синусоїдальної форми. Абсолютно твердий циліндричний резервуар з технологічним отвором на дні закріплено на маятниковому підвісі, всередині резервуару знаходиться ідеальна однорідна рідина з вільною поверхнею. Резервуар виконує лише кутові рухи, поступальні переміщення не розглядалися. Нелінійними ефектами витікання знехтувано. Предметом дослідження є вплив реактивних сил витікання на сумісний рух динамічної системи маятника та рідини за різних початкових умов. Математичну модель [1] побудовано на основі варіаційного формулювання задачі із застосуванням принципу Гамільтона-Остроградського. Для побудови дискретної моделі використано розклад за формами вільних коливань рідини, що є розв'язками лінійної задачі.

В задачах, що моделюють рух конструкцій з рідиною з витратою в процесі руху, застосовується підхід «заморожених коефіцієнтів», який передбачає лише квазістатичну зміну рівнянь внаслідок зниження рівня заповнення без врахування реактивних сил витікання. Для оцінки ефективності такого підходу було проведено порівняння результатів за участі реактивних сил і без них і показано, що врахування витікання лише в аспекті зміни рівня заповнення є недостатнім.

Список літератури

- [1] Limarchenko O., Matarazzo G., Yasinsky V. Rotational motion of structures with tanks, partially filled by liquid. – Kyiv: FADA Ltd, 2003. – 286 p.

Автор

Причантовський Іван Володимирович — студент 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: tekskon@gmail.com

Структура функцій Морса на занурених сферах

Марія Олегівна Роман

Згідно теорії Морса довільну функцію Морса на многовиді за допомогою операцій додавання та скорочення критичних точок можна звести до оптимальної. Тому важливо знати які структури можливі у оптимальних функцій. Можливі структури оптимальних функцій Морса на поверхнях з межею описано у [1]

Занурена в тривимірний многовид сфера має природну структуру стратифікованої множини: 1-стратами є компоненти множини подвійних точок, а 2-стратами компоненти доповнень до них. Функція $f : M \rightarrow R$ називається функцією Морса на стратифікованій множині, якщо кожна критична точка, що належить 2-страту є невідродженою, а критичні точки обмеження функції на 1-страт є невідродженими критичними точками як для обмеження на 1-страт, так і для обмеження функції на замикання компоненти перетину 2-стратів з околom точки [2].

Нашою метою є описати всі можливі топологічні структури простих оптимальних функцій Морса на стратифікованих множинах, що є зануренням двовимірної

сфери в тривимірний многовид без потрібних точок і з не більше ніж двома компонентами зв'язності множин подвійних точок.

Нами описано всі можливі структури заурень сфери у тривимірні многовиди зі зв'язною множиною подвійних точок та двома компонентами множини подвійних точок. На кожному із цих просторів знайдені всі можливі структури оптимальних простих функцій Морса: 6 структур для зв'язної множини подвійних точок та 1433 структур для двох компонент зв'язності. Для класифікації цих структур ми використовуємо графі Ріба для функцій на замиканні кожного 2-страта.

Список літератури

- [1] B. I. Hladysh, A. O. Prishlyak, Deformations in the general position of the optimal functions on oriented surfaces with boundary // Ukr. Math. J., 71(8):1028-1039, 2019. doi: 10.1007/s11253-019-01706-8
- [2] M. Goresky, R. MacPherson. Stratified Morse theory. Springer. 1988

Автори

Марія Олегівна Роман — студентка 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: 3848855@gmail.com

Модифікований метод випадкової проєкції для вирішення дискретних некоректних задач

О. В. Романенко, О. О. Десятерик

Розглядається наближене рівняння $\mathbf{Ax} \approx \mathbf{b}$, де матриця $\mathbf{A} \in R^{N \times N}$ та вектор (виходу) $\mathbf{b} \in R^N$ — відомі, та $\mathbf{b} = \mathbf{Ax} + \varepsilon$, $\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Досліджується задача оцінки вектору (входу) $\mathbf{x} \in R^N$. Рандомізація задачі найменших квадратів досліджувалася Сарласом для добре обумовлених матриць \mathbf{A} . У задачах машинного навчання, відновлення даних за результатами дистанційних вимірювань матриця \mathbf{A} часто має велике число обумовленості і невизначений чисельний ранг. У роботі [1] досліджено модифікований метод випадкової проєкції (MRP) для матриць \mathbf{R} елементи яких мають нормальний розподіл $\mathcal{N}(0, 1)$. У даній роботі досліджено методи RP та MRP для випадку ортонормованої матриці випадкової проєкції $\mathbf{\Omega}$, отриманої з сингулярного розкладу матриці \mathbf{R} . Сингулярний розклад матриці випадкового проєктора запишемо наступним чином $\mathbf{R} = \mathbf{U}_R \mathbf{S}_R \mathbf{V}_R^T$, покладемо $\mathbf{\Omega} = \mathbf{U}_R$, як $\mathbf{\Omega}_k$ — позначимо матрицю, що складена з перших k рядків матриці $\mathbf{\Omega}$. Для MRP проведено аналітичне усереднення помилки $\|\mathbf{x}_{\text{MRP}}^* - \mathbf{x}\|^2$ за реалізаціями збурення ε у векторі правої частини. Та отримано вираз помилки розв'язку (відновлення вхідних даних) в залежності від $k \in \{1, \dots, N\}$, у якому виділено детерміновану та стохастичну складові

$$E_{\varepsilon} \{ \|\mathbf{x}_{\text{MRP}}^* - \mathbf{x}\|^2 \} = \left\| \left(((\mathbf{\Omega}_k \mathbf{A})^T \mathbf{\Omega}_k \mathbf{A} + \lambda \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{\Omega}_k \mathbf{A})^T \mathbf{\Omega}_k \right) \mathbf{Ax} - \mathbf{x} \right\|^2 + \sigma^2 \text{trace} \left(\mathbf{\Omega}_k \mathbf{A} \left(((\mathbf{\Omega}_k \mathbf{A})^T \mathbf{\Omega}_k \mathbf{A} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \right)^T \left(((\mathbf{\Omega}_k \mathbf{A})^T \mathbf{\Omega}_k \mathbf{A} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{\Omega}_k^T \right) \right).$$

Експериментально досліджено залежність помилки відновлення вхідних даних від кількості рядків матриці випадкового проєктора та від дисперсії збурення.

Список літератури

- [1] Revunova E.G. Analytical Study of Error Components for Solving Discrete Ill-Posed Problems Using Random Projections. Cybern Syst Anal 51, 978–991 (2015).

Автори

Романенко Ольга Володимирівна — студентка II-го курсу магістратури механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: romanenkolga@knu.ua

Десятерик Олександра Олександрівна — к.ф.-м.н., асистент кафедри алгебри і комп'ютерної математики механіко-математичного факультету, Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: desiateryk@knu.ua

Approximation of fractional integrals of Hölder functions

A. Malyarenko, Yu. Mishura, Y. A. Rudyk

Fractional integrals are widely used for solving fractional differential equations and construction of fractional stochastic calculus. At the same time, it is impossible to calculate fractional integrals explicitly even for many elementary functions. In our work we investigate Hölder properties of fractional integrals and then apply them to get the rate of convergence of integral sums to fractional integrals. Extended theory of fractional integration is presented in the book [1], some facts are contained in [2].

Definition[1]. Let the function $\varphi \in L_1(a, b)$. The integral

$$(I_{a+}^{\alpha} \varphi)(x) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^x \frac{\varphi(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt, \quad x > a, \text{ where } \alpha > 0,$$

is called the left-sided fractional integral of the order α .

Consider the interval $[0, T]$ and the sequence of uniform partitions π_n of the interval $[0, T]$ consisting of points $t_k = kT/n$, $0 \leq k \leq n$. Let $f : [0, T] \rightarrow R$. Introduce the integral sums

$$S_{1,n} \left(\frac{kT}{n} \right) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \sum_{j=0}^{k-1} \left(\frac{kT}{n} - \frac{jT}{n} \right)^{\alpha-1} f \left(\frac{jT}{n} \right) \frac{T}{n},$$

and

$$S_{2,n} \left(\frac{kT}{n} \right) = \frac{1}{\Gamma(\alpha+1)} \sum_{j=0}^{k-1} \left(\left(\frac{kT}{n} - \frac{(j+1)T}{n} \right)^{\alpha} - \left(\frac{kT}{n} - \frac{jT}{n} \right)^{\alpha} \right) f \left(\frac{jT}{n} \right).$$

Theorem. Assume that $f \in C^{\beta}[0, T]$ with Hölder constant C_{β} , and $\alpha + \beta > 1$. Then

$$\max_{k \in [0, n]} |(I_{0+}^{\alpha} f)(kT/n) - S_{i,n}(kT/n)| \leq C_i n^{1-\alpha-\beta}, \quad i = 1, 2,$$

where $C_1 = (C_{\beta} T^{\alpha+\beta} / \alpha + \|f\|_{C[0, T]} T^{\alpha}) / \Gamma(\alpha)$ and $C_2 = C_{\beta} T^{\alpha+\beta} / \Gamma(\alpha+1)$.

Список літератури

- [1] Samko S. G., Kilbas A. A., Marichev O. I. Fractional integrals and derivatives (Vol. 1). 1993. Yverdon-les-Bains, Switzerland: Gordon and Breach science.

- [2] Mishura Yu. S., Hopkalo O.M., Zhelezniak H.S. Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Series: Physics and Mathematics. 2022. No.1// Elements of fractional calculus. Fractional integrals p.11-19// DOI: <https://doi.org/10.17721/1812-5409.2022/1>
-

Authors

A. Malyarenko — PhD, Prof., Division of Mathematics and Physics, Mälardalen University, 721 23 Västerås, Sweden; E-mail: anatoliy.malyarenko@mdu.se

Yu. Mishura — Dr of Sci., Prof., Department of Probability Theory, Statistics and Actuarial Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, 64/13, Volodymyrska Street, 01601 Kyiv, Ukraine; E-mail: yuliyamishura@knu.ua

Y. A. Rudyk — 3rd year Bachelor's degree student, Mechanics and Mathematics Faculty, Taras Shevchenko National University of Kyiv, 64/13, Volodymyrska Street, 01601 Kyiv, Ukraine; E-mail: rudykyao@knu.ua

Математична модель інвестиційного страхування та її реалізація в Excel

Є.А.Рудик, В.П.Зубченко

Проблема та тема інвестування завжди буде актуальною. Через те, що постає питання як зберегти і примножити свої заощадження в умовах нестабільної економіки в країні, світі, внаслідок зміни зовнішніх та внутрішніх макро/мікро-економічних чинників. Інвестиційне страхування протягом останнього часу стало одним із основних та надійних можливостей для грошових вкладень, яке потребує найменших ризиків, в порівнянні з іншими.

Основною метою та практичною частиною курсової роботи є побудова на основі конкретного прикладу в програмі Excel моделі, графіків інвестиційного страхування на срок 10 років та їх порівняння з можливими інвестиціями в акції різних компаній, депозитами в банках впродовж цього часу. Висновками якої і буде ефективність такого типу вкладень.

Список літератури

- [1] Зубченко В.П. "Математичні основи страхування життя Київ, ВПЦ "Київський університет 223р. -2016
-

Автори

Рудик Єлизавета Андріївна — студентка 4-го курсу бакалаврату механіко-математичного факультету, Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: lizandra.rudyk@gmail.com

Зубченко Володимир Петрович — кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: volodymyr.zubchenko@knu.ua

Рівносторонні $(m - 1)n$ -кутники на базі рівностороннього напівправильного n -кутника

М. Є. О. Рудик

Робота присвячена дослідженню рівносторонніх $n(m - 1)$ -кутників на базі рівносторонніх напівправильних багатокутників. Ці багатокутники утворюють добувковою зовні до рівностороннього напівправильного n -кутника n рівних m -кутників таким чином, щоб одна їхня сторона збігалася зі стороною початкового багатокутника. В роботі досліджено питання невиродженості рівносторонніх $(m - 1)n$ -кутників на базі рівносторонніх напівправильних багатокутників та властивості таких багатокутників. На відміну від рівносторонніх $n(m - 1)$ -кутників на базі правильного багатокутника, які поворотно симетричні на кут $360^\circ/n$, рівносторонніх $n(m - 1)$ -кутників на базі рівносторонніх напівправильних багатокутників поворотно симетричні на кут $720^\circ/n$. Виявлено, що рівносторонні $(m - 1)n$ -кутники на базі рівносторонніх напівправильних багатокутників з добудованими багатокутниками, що симетричні відносно прямої, яка містить серединні перпендикуляри до сторін основного базового багатокутника, мають $n/2$ осей симетрії. Неосновні базові багатокутники до рівностороннього $(m - 1)n$ -кутника на базі рівностороннього напівправильного n -кутника є на чверть правильними. У випадку, коли одна з вершин такого багатокутника потрапляє на серединний перпендикуляр до сторони базового багатокутника, то базовий багатокутник, що з'єднує відповідні вершини багатокутників, що добудовуються, є рівнокутним напівправильним.

Список літератури

- [1] Басюк Д.К. 1/4-правильні багатокутники // Матеріали XVII Міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Шевченківська весна — 2019», квітень 2019 року, Київ, Україна. — С.7.
- [2] Лоповок Л.М. Напівправильні багатокутники // Квант. — 1971, № 3. — С. 25-29.

Автори

Марія Єлизавета Олександрівна Рудик — учениця 8-го класу, гімназія № 283, Київ, Україна; E-mail: marielkar22@gmail.com

Дослідження напружено-деформованого стану масивного твердого тіла методом скінчених елементів

Селіванов Данило Михайлович

В'язкопружні матеріали, такі як твердопаливні речовини, полімери і композити на їх основі, все частіше використовуються в промисловості. Механічні властивості багатьох в'язкопружних матеріалів дуже часто можна змоделювати в рамках лінійної теорії в'язкопружності [1]. Метод скінчених елементів — один із найпоширеніших обчислювальних методів. Він успішно адаптований для розв'язання в'язкопружних задач [2].

Для аналізу напруженого стану в'язкопружного елемента конструкції з концентраторами напруження (отворами) за допомогою адаптованого на в'язкопружні задачі методу скінчених елементів в роботі побудовано приклади визначення напружено-деформованого стану масивного елемента конструкції. Проведено аналіз довготривалого деформування ортотропної в'язкопружної пластини з центральними отворами та крайовими виточками з урахуванням товщини пластини. Для

цього побудовано розподіли концентрації напружень за товщиною пластини в дискретні моменти часу.

Для проведення дослідження були розроблені програмні комплекси для визначення залежного від часу напружено-деформованого стану масивного елемента конструкції. Визначальні співвідношення Больцмана–Вольтерра, виражені в інтегральній формі, що містить модулі релаксації, перед використанням методу скінчених елементів перетворені до інкрементної алгебраїчної форми на часовій сітці. Ця інкременталізація здійснена в замкненій формі і зведена до рекурсивної процедури, що призвело до необхідності розв’язання простого набору лінійних алгебраїчних рівнянь для отримання розв’язку у випадку в’язкопружного ортотропного матеріалу.

Крім аналітичних розв’язків було проілюстровано зміни напружень в площині пластини та поперечних напружень з часом на лінії концентрації. Числові приклади побудовано для середини лінії концентрації напружень та її кінців.

Список літератури

- [1] A.F. Bower. Applied mechanics of solids. Florida: CRC Press, 2010.
- [2] E. Onate. Structural analysis with the finite element method. Barcelona: Springer, 2009.

Автори

Селіванов Данило Михайлович — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: dselivanov@gmail.com

Матриці Адамара та коди Адамара

Селіванов Д.А.

Матриці і коди Адамара є важливими об’єктами в теорії кодування і криптографії. Вони почали активно вивчатися в середині 20-го століття і мають широке застосування в різних галузях науки та техніки (зауважимо, що сам Адамар не винайшов ці коди, він визначив матриці Адамара в 1893 році, задовго до появи кодів з виправленням помилок, які були винайдені Хеммінгом в 40-роках 20-го століття, ці коди відомі також як коди Уолша або Уолша-Адамара). Однією з ключових властивостей матриць Адамара є їх ортогональність та спосіб, яким вони можуть бути використані для збільшення кількості передаваних даних з меншою кількістю передач. Коди Адамара забезпечують мінімальну можливу кількість помилок при передачі даних, що робить їх незамінними в багатьох сферах, зокрема, у криптографії та телекомунікаціях. У роботі я провів детальний аналіз матриць та кодів Адамара, розглянув їх властивості, застосування та існуючі проблеми. Дослідив можливість використання кодів Адамара для забезпечення безпеки в системах передачі даних. Незважаючи на те, що залишається ряд нерозв’язаних проблем, пов’язаних з використанням матриць і кодів Адамара, дослідження цих об’єктів продовжується і вони залишаються актуальними в теорії кодування. В результаті роботи були визначені сильні та слабкі сторони матриць та кодів Адамара, а також їхні можливості в практичному використанні. Виконані дослідження дали змогу зробити висновки про важливість цих об’єктів у теорії кодування та криптографії, а також відкрити для автора нові напрями дослідження.

Список літератури

- [1] F.J. MacWilliams, N.J.A. Sloane The Theory of Error-Correcting Codes 1st Edition - January 1, 1983.
 - [2] Falkowski, B.J. and Sasao T., "Unified algorithm to generate Walsh functions in four different orderings and its programmable hardware implementations IEE proc. Vis. Image process., V.152, No.6, December, 2005.
-

Authors

Селіванов Даниїл Андрійович — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: dselivanov_2000@gmail.com

Вивчення залежності кінематичних і динамічних параметрів коливань рідини в залежності від довжини маятникового підвісу

Слойка Любомир Ігорович

Задачі динаміки резервуарів з рідиною мають велике значення в контексті розвитку науки та техніки, оскільки дозволяють розуміти особливості руху рідини в різних умовах та створюють передумови для розробки нових технологій, що базуються на використанні рідинних середовищ. Вивчення залежності кінематичних і динамічних параметрів коливань рідини від довжини маятникового підвісу має важливе значення для багатьох практичних застосувань, включаючи дизайн суден, гідротехнічних споруд та інших механізмів, що працюють з рідинами.

Розглянуто задачу сумісного руху циліндричного резервуару, частково заповненого ідеальною рідиною, на маятниковому підвісі під дією зовнішнього імпульсного навантаження, розгляд обмежено випадком кутових рухів резервуару (точка підвісу вважається нерухомою). В початковий момент часу система перебуває в положенні рівноваги, на резервуар діє короткотривалий імпульс синусоїдальної форми. Амплітуду імпульсу підібрано так, щоб хвильовий рух на вільній поверхні перебував у нелінійному діапазоні, що відповідає амплітудам хвиль на вільній поверхні рідини до 0.3 радіуса резервуару.

Чисельні результати отримано на основі широко апробованої математичної моделі [1], в рамках якої враховано 12 форм коливань вільної поверхні рідини. Порівняння результатів для різних довжин підвісів показало, що зі зростанням довжини хвильовий рух на вільній поверхні набуває суттєво нелінійного характеру. У всіх випадках виходу системи на усталений режим руху не спостерігається.

Список літератури

- [1] Limarchenko O., Matarazzo G., Yasinsky V. Rotational motion of structures with tanks, partially filled by liquid.– Kyiv: FADA Ltd, 2003.– 286 p.
-

Автор

Любомир Ігорович Слойка — студент 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: liubomyr.sloika@gmail.com

Динаміка розв'язку стохастичного неавтономного логістичного рівняння із пуассонівським збуренням

Т. Ю. Смірнова

Нехай задано стохастичне диференціальне рівняння, яке описує динаміку популяції індивідів (представлених змінною $N(t)$) протягом часу t :

$$dN(t) = N(t) [(a(t) - b(t)N(t))] dt + \alpha(t) (N(t) + N^2(t)) d\omega(t) + \int_{\mathbf{R}} \gamma(t, z) (N(t) + N^2(t)) \tilde{\nu}(dt, dz), \quad N(0) = N_0,$$

де $a(t)$ – інтенсивність росту популяції; $b(t)$ – коефіцієнт, який вимірює силу конкуренції між представниками популяції; $\alpha(t)$ – контрольовану силу шуму, $\gamma(t, z)$ – функція, яка описує вплив стрибка на популяцію, $\omega(t)$ – стандартний одновимірний вінерів процес; $\tilde{\nu}(t, A) = \nu(t, A) - t\Pi(A)$, $\nu(t, A)$ – міра Пуассона, яка є незалежною від $\omega(t)$; $N_0 > 0$, $E[\nu(t, A)] = t\Pi(A)$, $\Pi(A)$ – скінченна міра на борелевих множинах A у \mathbf{R} .

Схоже рівняння з іншою залежністю шуму і стрибка від $N(t)$ було проаналізовано в [1].

Доведено наступні теореми, що дають умову для існування та єдиності глобального додатного розв'язку, та умову відсутності (асимптотичного) експоненційного росту популяції:

Теорема 1 Для довільного не випадкового початкового значення $N(0) = N_0 > 0$, якщо $a(t), b(t), \alpha(t)$ – обмежені, неперервні функції на $[0, +\infty)$, $b_{\inf} > 0$, $\gamma(t, z)$ – обмежена, неперервна по t функція, $\inf \gamma(t, z) > 0$, $\Pi(\mathbf{R}) < \infty$, то існує єдиний розв'язок $N(t)$ рівняння (1), який є глобальним і $P[N(t) > 0] = 1$.

Теорема 2 При виконанні умови Теореми 1 маємо

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\ln N(t)}{t} \leq 0, \text{ м.н.}$$

Список літератури

- [1] О. Д. Борисенко, Д. О. Борисенко. Асимптотична поведінка розв'язку неавтономного стохастичного логістичного диференціального рівняння, Теорія ймовірностей та математична статистика. Вип.2(101), 2019, с. 40-48.

Автори

Смірнова Тетяна Юріївна — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: smirnovatanya2409@gmail.com

"Рівень злипання" та його зв'язок з фактом залежності випадкових величин

В.В. Сорочинський

Факт залежності випадкових величин не завжди є очевидним, але незважаючи на це є важливим. Розглянемо до прикладу дві послідовності:

10010010100101110

У другій послідовності однакові значення збираються у більші кластери, тобто рівень "злипання" тут більший. Виявлення феномену невинякового злипання може покращити прогнози та сформувані глибше розуміння про природу досліджуваного об'єкту.

У роботі його визначено як: $\max_{p \in \{0;1\}} (p^{(s_{1,1}+s_{0,0})} * (1-p)^{(s_{0,1}+s_{1,0})})$, де

$s_{1,1}$ – кількість 1 після 1, $s_{1,0}$ – кількість 0 після 1, $s_{0,1}$ – кількість 1 після 0, $s_{0,0}$ – кількість 0 після 0

Метою роботи є виявлення факторів, які здатні впливати на дане явище, розробка механізму присвоєння рівня "злипання" послідовностям.

Послідовності цього типу можна розглядати як реалізацію ланцюга Маркова. Основна ідея роботи – це розробка методів, що відповіли б на питання, чи є дана послідовність реалізацією ланцюга Маркова, або ж це реалізація послідовності незалежних випадкових величин.

У роботі запропоновано 3 авторські методи та ще один на основі розподілу XI квадрат. Методи були реалізовані мовою програмування Python та R, протестовані, порівняні та є валідними. З'ясовані переваги та недоліки кожного з них.

Список літератури

- [1] Карташов М. В. Ймовірність, процеси, статистика / Микола Валентинович Карташов. – Київ: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2008. – 496 с.
 - [2] Шевченко Г. М. Лекції з теорії ймовірностей / Георгій Михайлович Шевченко., 2018. – 161 с.
 - [3] Feller W. An Introduction to Probability Theory and Its Applications / William Feller, 1968. – 509 p. – (Vol. 1, 3rd Edition).
-

Автори

Володимир Володимирович Сорочинський — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, спец. актуарна та фінансова математика, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: vovas99@ukr.net

Кодування структур потоків з особливістю на межі однозв'язної області

Сергій Олегович Стась

При вивченні топологічних структур функцій та потоків часто повним топологічним інваріантом є граф, що наділений деякою додатковою інформацією [1].

Ми розглядаємо потоки на компактній двовимірній однозв'язній області, що мають скінчене число сепаратрис та єдину особливу точку, яка лежить на межі області. Для класифікації таких потоків ми використовуємо повний топологічний інваріант, який є орієнтованим кореневим деревом на верхній півплощині, у якого виділені деякі ребрами. Це дерево є двоїстим графом до множини сепаратрис, орієнтація ребер задається орієнтацією сепаратрис, а виділені ребра відповідають за параболічні сектори. Такі дерева будемо зображати на площині так, що при русі з будь-якої точки дерева у напрямку кореня, його ордината спадає.

Нами побудовано код, який записує інформацію про число ребер направлених до гори для кожної вершини. Орієнтація ребер задається за допомогою верхніх ризок над відповідними числами, а виділені ребра — за допомогою штрихів. Для

отримання топологічної класифікації потоків за допомогою кодів нами доведено критерій еквівалентності потоків, описані властивості кодів та доведено теорему реалізації про те, коли набір чисел є кодом потоку.

Ми використовуємо отриману класифікацію для обчислення числа топологічно не еквівалентних потоків із заданим числом сепаратрис. Зокрема, нами знайдено понад 160000 різних структур потоків, у яких не більше 7 сепаратрис.

Список літератури

- [1] S. Bilun, A. Prishlyak, S. Stas, A. Vlasenko. Topological structure of Morse functions on the projective plane. <http://dx.doi.org/10.48550/arXiv.2303.03850>.
-

Автори

Сергій Олегович Стась — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: stasserhiy380@gmail.com

Моноїд G_n та його властивості

Ю.О. Степанова

Поліциклічні інверсні моноїди були введені у роботі Ніва, Перро [1] та знайшли застосування у багатьох областях математики, зокрема у теорії C^* -алгебр [2], [1].

Поліциклічний моноїд P_n , $n \geq 2$, визначається як моноїд з нулем за допомогою зображення

$$P_n = \langle a_1, \dots, a_n, a_1^{-1}, \dots, a_n^{-1} : a_i^{-1}a_i = 1 \text{ та } a_i^{-1}a_j = 0, i \neq j \rangle.$$

Нульові елементи P_n можуть бути зображені у вигляді xy^{-1} , де x, y — елементи A_n^* , вільного моноїда на множині твірних $A_n = \{a_1, \dots, a_n\}$.

Ми розглядаємо підмножину елементів P_n вигляду

$$G_n = \{xy^{-1} \in P_n : |x| = |y|\} \cup \{0\}.$$

Теорема 1. а) G_n є інверсним підмоноїдом P_n .

б) Множина всіх ідемпотентів G_n має вигляд $\{x^{-1} : x \in A_n^*\}$.

Структуру інверсного моноїда G_n можна описати за допомогою відношень Гріна.

Теорема 2. Відношення Гріна в інверсному моноїді G_n мають вигляд

- а) $xy^{-1}\mathcal{L}uv^{-1} \iff y = v$;
- б) $xy^{-1}\mathcal{R}uv^{-1} \iff x = u$;
- в) $xy^{-1}\mathcal{H}uv^{-1} \iff xy^{-1} = uv^{-1}$;
- г) $xy^{-1}\mathcal{D}uv^{-1} \iff \mu(xy^{-1}) = \mu(uv^{-1})$;
- д) $\mathcal{D} = \mathcal{J}$.

Список літератури

- [1] M. Nivat, J.-F. Perrot, Une generalisation du monoïde bicyclique, *Comptes Rendus de L'Academie des Sciences de Paris*, Vol. 271 (1970), P. 824-827.

- [2] O. Bratteli, P. E. T. Jorgensen, *Iterated function systems and permutation representations of the Cuntz algebra*, *Memoirs of the A.M.S.* No. 663, 1999.
- [3] D.G. Jones, Polycyclic monoids and their generalisations, *Math. and Comp. Science*, 2011, 166 p.
-

Автори

Юлія Олександрівна Степанова — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: juliastepanova10@gmail.com

Використання моделей процесів Пуассона для виявлення нетипової поведінки

Сторожук А.О.

За даними компанії McAfee, у 2018 році кіберзлочини, більшою частиною яких є фінансове шахрайство, коштували світу приблизно 600 мільярдів доларів США, що становить 0,8% світового ВВП. За прогнозами компанії McKinsey, глобальні збитки через шахрайство з переказами між банківськими картками можуть сягнути 44 мільярдів доларів США до 2025 року.

Першим кроком банків та фінансових установ до виявлення шахрайства була звичайна мануальна перевірка. Цей метод має певні обмеження. Ручна перевірка ефективна для виявлення аномалій, що відповідають вже відомим закономірностям, але вона не показує себе так само добре з досі невідомими закономірностями. Зростаюча складність цифрових атак і креативність кібер-зловмисників роблять цей метод виявлення менш ефективним і більш ресурсо затратним, тому є необхідність у розробці і використанні нових методів для виявлення шахрайських транзакцій.

В роботі були використані методи машинного навчання та моделі процесів Пуассона для виявлення шахрайських транзакцій якнайточніше. Було розглянуто 3 моделі процесів Пуассона: однорідний процес ($\lambda(t) = \lambda$), неоднорідний процес з лінійною функцією інтенсивності ($\lambda(t) = a + bt$), неоднорідний процес з квадратичною функцією інтенсивності ($\lambda(t) = a + bt + ct^2$). Серед методів машинного навчання були використані відомі методи LightGBM (<https://lightgbm.readthedocs.io/en/latest/>) - Light Gradient Boosting Machine) та XGBoost (<https://xgboost.readthedocs.io/en/latest/>) - Extreme Gradient Boosting)

Усі методи показали гарну ефективність у виявленні шахрайських транзакцій. Щодо процесів Пуассона, були розглянуті доволі прості функції інтенсивності, тому справедливим є припущення, що моделі з більш складними функціями інтенсивності можуть покращити результат. Методи машинного навчання показали майже ідеальний результат.

Список літератури

- [1] Izotova A., Valiullin A. Comparison of Poisson process and machine learning algorithms approach for credit card fraud detection. *Procedia Computer Science*. 2021. T. 186. С. 721 - 726.
- [2] Houssou R., Bovay J., Robert S. Adaptive Financial Fraud Detection in Imbalanced Data with Time-Varying Poisson Processes. *Journal of Financial Risk Management*. 2019. T. 8, N. 4. С. 286 - 304.

Автори

Сторожук Артем — студент 2-го курсу магістратури, прикладна та теоретична статистика, механіко-математичний факультет, Київський національний університет ім. Тараса Шевченка; E-mail: storozhuk982@gmail.com

Узагальнена напівгрупа Джонса та її властивості

І.О. Сулима

Ми розглядаємо узагальнену біциклічну напівгрупу

$$B_n = \langle a, b | a^n b = 1 \rangle$$

та узагальнену напівгрупу Джонса

$$A_n = \langle a, b | a^{(n+1)} b = a \rangle.$$

Вони є узагальненнями біциклічної напівгрупи $B = \langle a, b | ab = 1 \rangle$ та аналогічної до неї напівгрупи $A = \langle a, b | a^2 b = a \rangle$, відкритої П.Р. Джонсом у 1927 році. Розв'язано проблему слів для цих типів напівгруп. Доведено, що при $n \geq 2$ напівгрупа B_n є біпростою правою інверсною, але не інверсною напівгрупою, і що напівгрупа

$$C = \langle a, b | a^2 b = a, ab^2 = b \rangle$$

є найменшим безідемпотентним гомоморфним образом A_n .

Отримано опис відношень Гріна цієї напівгрупи.

Список літератури

- [1] Jones semigroup. Southeast Asian Bulletin of Mathematics (2001) 25: 365-377.
 - [2] A.H. Clifford, G.B. Preston. The Algebraic Theory of Semigroup.
 - [3] О.Г. Ганюшкін. ВСТУП ДО АЛГЕБРИ // Навчальний посібник для студентів механіко-математичного університету.
-

Автори

Ілона Олесівна Сулима — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: ilonavolos11@gmail.com

Математичне моделювання динаміки страхового сектору економіки України

Б. М. Танасюк, В. П. Зубченко

У зв'язку з динамічністю розвитку страхового ринку виникає необхідність вести постійний моніторинг його функціонування для виявлення закономірностей, проблемних аспектів, змін показників за різними видами страхування, оптимальної кількості страхових компаній, що зможуть задовольняти потреби страховиків.

Останні роки відчувається суттєвий вплив зовнішніх факторів на динаміку страхового ринку України, зокрема вплив коронакризи, починаючи з березня 2019 року,

та безпосередньо вплив воєнних дій на території України, що зумовлені російським вторгненням, з лютого 2022 року. Це призводить до змін у розвитку страхового сектору.

Головною метою роботи є характеристика стану та основних тенденцій розвитку страхового ринку України, які визначаються через його показники, на основі 5 останніх років, а саме: 2018-2022 та прогнозування подальшої динаміки страхової сфери.

У роботі визначено місце страхового ринку у фінансовій системі України. Проведений аналіз основних тенденцій розвитку страхового сектору, починаючи з докоронавірусного часу, закінчуючи періодом воєнного стану на території України, за такими основними показниками: кількість та концентрація страхових компаній, динаміка та обсяги активів, валових і чистих страхових премій, страхових виплат, сформованих страхових резервів, сплачених статутних капіталів. Проведено порівняльний аналіз макроекономічних індикаторів розвитку страхового ринку, таких як: проникнення страхування, щільність страхування, рівень страхових виплат, з їх оптимальними значеннями. Проаналізовано ймовірну подальшу динаміку розвитку страхового сектору України.

Автори

Богдана Миколаївна Танасюк — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: bogdana.tanasjuk@gmail.com

Володимир Петрович Зубченко — канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: volodymyr.zubchenko@knu.ua

Властивості зважених сум випадкових процесів із класів $V(\varphi, \psi)$

Дмитро Тихоненко, Ростислав Ямненко

Вивчається оцінка ймовірності виходу суми зважених деякими неперервними функціями $w_i(t)$ незалежних випадкових процесів $\{X_i(t), t \in T\}$ із класів $V(\varphi, \psi)$, означених на компактній множині, за рівень $\epsilon > 0$, заданий деякою непервною кривою $\{f(t), t \in T\}$, що монотонно зростає. Тобто ми досліджуємо таку ймовірність

$$P \left(\sup_{t \in T} \left[\sum_i w_i(t) X_i(t) - f(t) \right] > \epsilon \right).$$

Клас $V(\varphi, \psi)$ містить ψ -субгауссові випадкові процеси, природи яких є φ -субгауссовими, де N -функція Орліча φ підпорядкована N -функції Орліча ψ .

Властивості φ -субгауссових випадкових величин було розглянуто в книзі [1]. Отримана оцінка узагальнює узагальнює результати, отримані в роботах [2, 3].

Як приклад, розглядається зважена лінійними ваговими функціями сума процесів узагальненого субгауссового процесу дробового броунівського руху. Надалі задача оцінки такої ймовірності буде поширена для інших типів процесів та випадкових полів.

Список літератури

- [1] Василик О. І., Козаченко Ю. В., Ямненко Р. Є. φ -субгауссові випадкові процеси: монографія, – К.: Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 2008. – 231 с.
 - [2] Р. Ямненко. Про ймовірність виходу траєкторій φ -субгауссового випадкового процесу за криву // Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки, №3, 2004, с. 82 – 86.
 - [3] Kozachenko, Yu., Yamnenko, R. Application of φ -sub-Gaussian random processes in Queuing Theory // Modern trends in Stochastics (Springer Optimization and Its Applications), 2014, – pp. 21 – 38.
-

Автори

Дмитро Володимирович Тихоненко – аспірант 1-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: tykhonenko.dmytro@gmail.com

Ростислав Євгенійович Ямненко – д.ф.-м.н., доцент кафедри ТЙСАМ, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: rostyslav.yamnenko@knu.ua

Неавтономна стохастична модель хижак-жертва з функціональною відповіддю Ватта

Ткач В.С.

Розглядається стохастична система

$$\begin{cases} dx(t) = \left(x(t)[a_1(t) - b_1(t)x(t)] - c_1(t)y(t) \left[1 - \exp\left\{ -\frac{c(t)x(t)}{y(t)^m} \right\} \right] \right) dt \\ \quad + \sigma_1(t)x(t)dW_1(t), \\ dy(t) = \left(-a_2(t)y(t) + c_2(t)y(t) \left[1 - \exp\left\{ -\frac{c(t)x(t)}{y(t)^m} \right\} \right] \right) dt \\ \quad + \sigma_2(t)y(t)dW_2(t). \end{cases} \quad (1)$$

де $x(t)$ and $y(t)$ - функції часу, що представляють щільність популяції жертви та хижака, $a_1(t)$ – інтенсивність росту популяції жертви, $b_1(t)$ – коефіцієнт який вимірює силу конкуренції між представниками популяції жертв, $c_1(t)$ – максимальна кількість жертв, яку може з'їсти хижак за одиницю часу, $c_2(t)$ - ефективність конверсії, за допомогою якої нові хижаки впроваджуються в систему через споживання здобичі, $a_2(t)$ інтенсивність смертності хижака, $W_1(t)$, $W_2(t)$ - незалежні стандартні броунівські рухи. Стохастична система (1) описує динаміку популяції, її розв'язок має бути додатним і не вибухати за скінченний час. Доведено наступні теореми.

Теорема 1. Нехай функції $a_i(t), c_i(t), \sigma_i(t), i = 1, 2, c(t), b_1(t)$ є неперервними, обмеженими і додатними, $b_{inf} > 0$. Тоді система (1) має єдиний додатний глобальний розв'язок на інтервалі $[0, \infty)$ для будь-якої початкової умови $(x_0, y_0) \in R_+^2$.

Теорема 2. Нехай виконуються умови теореми 1 і $c_{inf} > 0, c_{1inf} > 0$. Якщо $0 < m < 1$, , то для будь-яких $p_1 > 0, p_2 \geq 0$ маємо таку оцінку для будь-якого початкового значення $(x_0, y_0) \in R_+^2$: $\limsup_{t \rightarrow \infty} (\ln[x(t)^{p_1} y(t)^{p_2}]) / (\ln t) \leq p_1 + p_2$ м.н.

Крім того, для всіх $m > 0$, ми маємо наступну оцінку швидкості росту популяції жертви $\limsup_{t \rightarrow \infty} (\ln x(t)) / (\ln t) \leq 1$ м.н.

Список літератури

- [1] Nguyen Tien Dung. A stochastic predator-prey system with Watt-type functional response. *Stat., Optim. Inf. Comput.*, Vol. 5, March 2017, pp 45-57.
-

Автори

Ткач Вікторія Сергіївна — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна;; E-mail: victoriatkach1401@gmail.ua

Вільні коливання конічної оболонки з жорстко закріпленими торцями

Ткаченко Данило Олегович

На практиці широке застосування знайшли оболонки, які мають складну геометрію, наприклад, некруговий переріз, конічність, отвори, ребра жорсткості та інше. При створенні таких конструкцій необхідно проводити попередні дослідження міцності та стійкості. Особливу уваги треба приділити розрахункам частот і форм вільних коливань оболонок для проведення відповідних заходів, щодо уникнення або виведення конструкції з резонансних режимів, які можуть спричинити руйнування. Динамічні характеристики оболонок можна встановлювати як чисельними [2] так і експериментальними методами [1], при цьому останній метод потребує виготовлення масштабованої моделі оболонки з реального матеріалу, громіздкої підготовки до експерименту, значних затрат часу та коштів. Одним із чисельних методів є метод скінченних елементів (МСЕ), який застосовується в сучасних програмах для інженерного аналізу, наприклад, в програмі FEMAP. Зазначений програмний комплекс використовується при розрахунках частот і форм вільних коливань конічної оболонки із значенням кута розхилу $\alpha = 100$ [1]. Дана робота присвячена дослідженню вільних коливань жорстко закріпленої по обох торцям конічної кругової оболонки з кутом розхилу $\alpha = 100$ та порівнянню отриманих результатів з результатами розрахунку еквівалентної по масі конічної оболонки [2], такої самої геометрії, з такими самими фізико-механічними характеристиками та жорстко закріпленням одним торцем. В результаті розрахунків реалізованих в середовищі програмного комплексу FEMAP отримано частоти та форми вільних коливань досліджуваної конічної оболонки, проведена класифікація форм коливань, встановлена залежність частоти від кількості закріплених торців оболонки. Отримані результати можуть бути використані для оцінки допущень побудованих інших теоретичних та експериментальних моделей.

Список літератури

- [1] Budak V.D., Grigorenko A.Ya., Khorishko V.V., Borisenko M.Yu. Holographic Interferometry Study of the Free Vibrations of Cylindrical Shells of Constant and Variable Thickness // *Int. Appl. Mech.* – 2014. – 50, N 1. – P. 68-74
- [2] Grigorenko A.Ya., Borisenko M.Yu., Boichuk E.V., Prigoda A.P. Numerical Determination of Natural Frequencies and Modes of the Vibrations of a Thick-Walled Cylindrical Shell // *Int. Appl. Mech.* – 2018. – 54, N 1. – P. 75-84.

Автори

Ткаченко Данило Олегович — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: tkachenko.d99@gmail.com

Моделювання процесів Леві

В. Ю. Трохіна

Процеси Леві використовуються у різних галузях, зокрема в актуарній та фінансовій математиці при моделюванні ринкових коливань як для управління ризиками, так і для цілей ціноутворення опціонів. Популярність застосування процесів Леві обґрунтована тим, що побудовані на них моделі динаміки цін є більш реалістичними та надають краще бачення ризику у порівнянні з традиційними моделями на основі дифузії. Тож метою даної роботи є дослідження процесів Леві, різних методів моделювання та реалізація деяких з них.

Для моделювання було взято конкретний випадок процесу Леві, а саме симетричний α -стійкий процес X_t з характеристичною трійкою $(0, \nu, 0)$. Закон приростів такого процесу відомий, відповідно, існує можливість змоделювати дискретизовану траєкторію, проте, щоб отримати більш точний результат, його траєкторія була побудована шляхом апроксимації складеним процесом Пуассона з відкиданням стрибків, менших за деякий рівень ε , тобто

$$X_t^\varepsilon = \sum_{s \leq t} \Delta X_s \mathbf{1}_{\varepsilon \leq |\Delta X_s| < 1} - t \int_{\varepsilon \leq |x| \leq 1} x \nu(dx) + \sum_{s \leq t} \Delta X_s \mathbf{1}_{|\Delta X_s| \geq 1}. \quad (1)$$

Точність наближення (1) також можна покращити апроксимацією малих стрибків процесу броунівським рухом:

$$\tilde{X}_t^\varepsilon = X_t^\varepsilon + \sigma(\varepsilon)W_t.$$

Окрім цього буде побудована так звана "динамічна зрізка":

$$X_t = X_{t-1} + \sum_{s \leq T/n} \Delta X_s \mathbf{1}_{(s/T)^\kappa \leq |\Delta X_s| \leq 1} - \int_0^t c_\alpha \int_{(s/T)^\kappa \leq |x| \leq 1} |x|^{-1-\alpha} dx + \\ + \sum_{s \leq t} \Delta X_s \mathbf{1}_{|\Delta X_s| \geq 1}.$$

Список літератури

[1] Cont R., Tankov P. Financial modelling with jump processes. – CRC Press, 2004.

Автори

Валентина Юрївна Трохіна — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: trokhina.v.v@gmail.com

Математична модель інвестиційного страхування

Є.В. Удод, В.П. Зубченко

Інвестиційне страхування життя (далі ІСЖ) або, так званий за межами України Unit-linked – змішаний інвестиційно-страховий продукт. Він поєднує у собі страхування життя клієнта та вкладення у фінансові активи.

Головною метою роботи є дослідження даного виду страхування та визначення найоптимальніших шляхів інвестування страхових резервів з метою отримання прибутку. Отже, було проаналізовано доступні напрями інвестування на основі положення [1]. Як наслідок, побудовано математичну модель ІСЖ. Основою моделі є класичні актуарні методи обчислення страхових премій та резервів [2]. За допомогою побудованої моделі було визначено особливості впливу тої чи іншої стратегії інвестування на величину майбутнього прибутку. Дослідження проводилися на основі положень Закону України про страхування [3].

У результаті, виявлено, що найбільш розповсюджений серед українського населення спосіб інвестування – банківський депозит, – далеко не найприбутковіший. Також через зростання інфляції набувають популярності інвестиції в метали, а саме – в золото. Вкладення в нерухомість дають можливість добре примножити капітал, проте враховуючи ситуацію в країні, – це занадто ризиково. Найбільш прибутковим виявилось інвестування в цінні папери, а саме – в акції. Але варто брати до уваги те, що даний вид інвестицій передбачає істотні ризики та вимагає ретельного аналізу ринку. Отже, чим вище очікуваний прибуток, тим більші і ризики.

Список літератури

- [1] Розпорядження «Про затвердження Положення про обов'язкові критерії і нормативи достатності капіталу та платоспроможності, ліквідності, прибутковості, якості активів та ризиковості операцій страховика» від 07.06.2018р.
 - [2] Розпорядження «Про затвердження Методики формування резервів із страхування життя» від 27.01.2004р.
 - [3] Закон України про страхування.
-

Authors

Єлизавета Валеріївна Удод – студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: lizaudod302@gmail.com

Володимир Петрович Зубченко – канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: volodymyr.zubchenko@knu.ua

Побудова системи управління ризиками страхової компанії зі страхування життя

К.М. Удовик, В.П. Зубченко

Робота присвячена створенню системи управління ризиками для страхової компанії, яка займається страхуванням життя. Ця тема є дуже актуальною, оскільки страхування життя є одним з найбільш відповідальних видів страхування.

Система управління ризиками включає аналіз та оцінку ризиків, визначення стратегії управління ризиками, вибір та застосування методів управління ризиками, моніторинг та контроль ризиків. Для цього необхідно провести аналіз фінансової стійкості компанії, оцінити фінансові ризики та ризики страхування життя та провести моделювання ймовірності настання ризиків.

Одним з ключових етапів роботи є розгляд інструментів та методів, що використовуються для управління ризиками у цій сфері. Розглянуто різні підходи та методики, такі як оцінка ризиків, страхові премії, резервування та перестраховування.

Розробка ефективної системи управління ризиками для страхової компанії зі страхування життя потребує інтеграції багатьох факторів, включаючи аналіз ризиків, розробку стратегій управління ризиками та їх реалізацію. Це дозволить забезпечити максимальний захист інтересів страхової компанії та її клієнтів. Іншим важливим етапом є регулярний моніторинг ризиків та впровадження відповідних заходів щодо їх управління.

Для розробки системи управління ризиками ми використовуємо практичний кейс страхової компанії зі страхування життя "LifeShield"[1]. Після аналізу фінансової стійкості компанії та оцінки ризиків страхування життя розроблено стратегії та заходи щодо управління ризиками, включаючи вибір і застосування методів управління ризиками, моніторинг і контроль ризиків.

Список літератури

- [1] LifeShield National Insurance Company is a life, accident and health insurance company and has been domiciled in Oklahoma since 1982.
-

Автори

Катерина Миколаївна Удовик — студентка 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: k.udovyk@knu.ua

Володимир Петрович Зубченко — канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: volodymyr.zubchenko@knu.ua

Дослідження динаміки інструменту своп процентної ставки

Д.В.Федак, В.П.Зубченко

Своп процентної ставки використовується учасниками ринку, перш за все для хеджування змін процентних ставок. Крім того, процентні свопи також використовуються для інвестування та зменшення витрат фінансування. Частка всіх цих операцій у світовому валютному ринку становить близько 1 275 мільярдів доларів США в день, незважаючи на це, в Україні ринок процентних свопів недостатньо розвинений. Відсутність в Україні ринку грошових деривативів призводить до суттєвих прогалин у застосуванні процентних свопів, тому дослідження цієї теми є, безумовно, актуальним.

Метою і завданням курсової роботи є: дослідження причин і механізму синтезу процентних свопів на прикладі кривої дохідності Свенссона, з побудовою в Excel кривої безкупонної дохідності за певний період; аналіз динаміки інструменту своп процентної ставки; реалізація розрахунку справедливої вартості свопу індексу UONIA.

Список літератури

- [1] John Hull «Options, Futures, and Other Derivatives», 2014.
-

Authors

Федак Дар'я Віталіївна — студентка 4-го курсу бакалаврату механіко-математичного факультету, Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: dariafedak01@gmail.com

Зубченко Володимир Петрович — кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: volodymyr.zubchenko@knu.ua

Централізатори лінійних та яacobіанних диференціювань в алгебрі Лі всіх диференціювань кільця многочленів від кількох змінних

Цвік А. С.

Централізатором диференціювання D , яке належить алгебрі Лі всіх диференціювань кільця многочленів $W_n(K)$, де K — алгебраїчно замкнене поле характеристики нуль, називається множина $C_{W_n(K)}(D) = \{D_1 \in W_n(K) \mid [D, D_1] = 0\}$, де $[D, D_1] = DD_1 - D_1D$.

З використанням результатів роботи [1], але дещо іншими методами було охарактеризовано централізатор лінійного диференціювання $D_2 = \sum_{i=1}^n x_{n-i+1} \frac{\partial}{\partial x_i}$ для парних $n = 2k$. Відзначимо, що знання таких централізаторів є необхідним для знаходження централізаторів в $W_n(K)$ довільних лінійних диференціювань, тобто диференціювань вигляду $D = \sum_{i=1}^n f_i \partial_i$, $f_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j$, $a_{ij} \in K$.

Це дозволить знаходити централізатори інших диференціювань, які за допомогою автоморфізмів кільця многочленів зводяться до D_2 .

Для яacobіанних диференціювань, які визначаються за правилом: $D_f(h) = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial g}{\partial y} - \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial g}{\partial x}$ для довільного $h \in K[x, y]$, $D_f \in W_2(K)$ з використанням результатів роботи [2] були розглянуті деякі співвідношення між централізаторами різних яacobіанних диференціювань D_f і D_g , які комутують між собою.

Список літератури

- [1] L Bedratyuk, Y Chapovskyi та A Petravchuk. “Centralizers of linear and locally nilpotent derivations” В: arXiv preprint arXiv:2302.02441 (2023).
- [2] Іє. О. Makedonskiy, А. Р. Petravchuk та V. V. Stepukh, “On centralizers of elements in the Lie algebra $W_2(K)$ ”, Bulletin of Dragomanov National University of Kyiv – 2013 – series 1, № 14 – Р. 24–30.
-

Authors

Цвік Артем Сергійович — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: artem_tsvik@knu.ua

Складність проблеми слів в групі Григорчука

Чорноморець Матей Юрійович

Проблемою слів для скінченнопородженої групи G з множиною твірних елементів S називають проблему розпізнавання мови

$$WP_G = \{w \in (S \cup S^{-1})^* \mid w = e \text{ в групі } G\}.$$

Відомо, що мова WP_G є регулярною тоді і лише тоді, коли група G є скінченною [1], і є контекстно-вільною тоді і лише тоді, коли група G є віртуально вільною [3]. Для скінченно породжених абелевих груп проблема розв'язується за час $O(n \log n)$ машинами Тюрінга з однією стрічкою, а для нільпотентних та гіперболічних груп за час $O(n)$ машинами Тюрінга з кількома стрічками.

Ми розглянули проблему слів у групі Григорчука, яка не належить до жодного з перелічених вище класів груп. Її твірні задаються рекурсивно, а сама група є 2-групою, не є скінченнозаданою і має проміжний (більший за поліноміальний, але менший за експоненційний) ступінь зростання. В [2] побудовано алгоритм, що розв'язує проблему слів у цій групі за час $O(n \log n)$. Ми довели, що вона розв'язується детермінованою машиною Тюрінга за лінійний час.

Теорема 1. Існує машина Тюрінга з 3 стрічками, що розв'язує проблему слів у групі Григорчука за лінійний час.

Відповідна машина Тюрінга, реалізована на симуляторі, доступна за посиланням: <http://turingmachinesimulator.com/shared/ltdmuorblt>.

Список літератури

- [1] Anisimov A.V. Group languages. Kibernetika 4, 18–24, 1971.
- [2] Grigorchuk R. Solved and unsolved problems around one group. In: Infinite groups: geometric, combinatorial and dynamical aspects, Progr. Math. 248, pp. 117–218. Birkhäuser, Basel, 2005.
- [3] Muller D. E., Schupp P. E. Groups, the theory of ends, and context-free languages. Journal of Computer and System Sciences, vol. 26, iss. 3, 1983, pp. 295–310.

Автори

Чорноморець Матей Юрійович — студент 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: chornomorets2002@gmail.com

Реакція конструкції з рідиною на дію послідовності силових імпульсів в керованому і некерованому рухах

Шрубковський Олександр Віталійович

Розглядається задача про сумісний рух конструкції з рідиною з вільною поверхнею. В більшості таких задач, які мають практичне значення, спостерігається рух рідини в нелінійному діапазоні збурень, що призводить до суттєвого впливу руху рідини на рух конструкції-носія. Метою керування рухом такими системами є зменшення такого впливу. Особливу складність при реалізації такого керування набувають випадки, коли на систему діє послідовність силових імпульсів, що

призводить до того, що при надходженні наступного імпульсу залишаються невідомими початкові умови, що значно ускладнює визначення алгоритму керування. Для опису вихідної системи використовується нелінійна динамічна модель сумісного руху конструкції з рідиною, в якій за параметри прийнято амплітуди збурення форм коливань рідини. Така модель пройшла широку апробацію для різних типів навантажень і способів обмеження руху конструкцій. Для створення алгоритму керування використовується метод компенсації силового відгуку рідини на стінки резервуару в її збуреному русі, яка вже була успішно застосована для різних форм силових імпульсів і гармонічного навантаження.

Методика керування була успішно застосована для задачі про дію на систему конструкція-рідина (циліндричний резервуар, частково заповнений ідеальною рідиною) [1]. Конструкція рухається в горизонтальній площині під дією послідовності двох однакових різнополярних силових імпульсів, які у підсумку надають системі нульову кількість руху. За умови відсутності керування в системі залишаються суттєві збурення на вільній поверхні, які обумовлені проявом інерції рідини, проте у випадку керованого руху на основі компенсації силового відгуку рідини на стінки резервуара резервуар стоїть нерухомо.

Список літератури

- [1] Лимарченко О.С., Матарачо Дж., Ясинский В.В. Динамика вращающихся конструкций с жидкостью – Киев, "Гнозис", 2002.

Автор

Олександр Віталійович Шрубковський — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: nastyayoyo@ukr.net

Асимптотична нормальність оцінок параметрів змішаного дробового броунівського руху з розширенням на випадок тренду

Яковлев Микита Сергійович, Ральченко Костянтин Володимирович

Нами досліджується наступна модель змішаного дробового броунівського руху:

$$X_t = \sigma W_t + \kappa B_t^H, t \geq 0, \quad (1)$$

де W_t – вінерівський процес, B_t^H – дробовий броунівський рух з параметром Херста $H \in (0, 1)$, W_t та B_t^H – незалежні. Задача полягає в оціненні невідомих параметрів (H, σ, κ) за спостереженнями $\{X_{kh}, k \in (0, 1, 2, \dots)\}$, $h > 0$.

У роботі [1] автори досліджували наступну модель змішаного дробового броунівського руху за наявності тренду:

$$X_t = \theta t + \sigma W_t + \kappa B_t^H, t \geq 0, \quad (2)$$

та проводили одночасне оцінювання невідомих параметрів $(H, \sigma, \kappa, \theta)$.

Наша досліджувана модель (1) є частковим випадком (2) при $\theta = 0$. Консистентні оцінки невідомих параметрів $(H, \sigma, \kappa, \theta)$ отримані в [1] для (2) можуть бути застосовані в (1). Ми показали, що відповідні оцінки будуть асимптотично нормальними для моделі (1) за $H \in (0, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$. Отримані результати можуть бути

узагальнені й на модель (2) з обмеженнями на індекс $H \in (0, \frac{1}{2})$. Ми також дослідили поведінку побудованих оцінок чисельними методами за допомогою методу Монте-Карло.

Список літератури

- [1] A. Kukush, S. Lohvinenko, Y. Mishura, and K. Ralchenko, Two approaches to consistent estimation of parameters of mixed fractional Brownian motion with trend, *Statistical Inference for Stochastic Processes* 25 (2021), no. 1, 159–187.

Автори

Яковлев Микита Сергійович — аспірант 3-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: mykyta.yakovliev@gmail.com

Ральченко Костянтин Володимирович — Доктор фізико-математичних наук, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: kostiantynralchenko@knu.ua

Секція «Прикладна математика, комп'ютерні науки, інженерія програмного забезпечення, системний аналіз»

Математичне моделювання Р&Л інвестиційного портфелю

Зубченко В.П., Антіп'єв І.Ю.

Інвестиції в фондовий ринок давно стали альтернативою державним пенсійним накопиченням. В той час як найпопулярнішими залишаються диверсифіковані фондові індекси, ринок опціонів набирає широку популярність серед фізичних осіб. У роботі розглянемо портфель що складається з акцій та опціонів, розглянемо сценарії за яких опціони можуть стати в нагоді та як це впливає на ризик портфелю.

В якості моделі поведінки ціни акції було розглянуто Броунівський рух[2]:

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \sqrt{\Delta t}, \quad (1)$$

де ΔS - зміна ціни акції за проміжок часу Δt , μ - очікувана стала дохідність акції, σ - волатильність ціни акції. Ціна опціона визначалась моделлю Блека-Шоулза-Мертонна.

Були розглянуті стратегії Buy and Hold, покупка акцій через продаж опціонів Put та підвищення дохідності портфелю через продаж опціонів Call. Враховуючи описані моделі проведений аналіз ризику портфелю мірою Value-at-Risk (VaR).

Динаміка портфельей для різних стратегій була протестована засобами Python у двох випадках: на синтетичних даних, згенерованих згідно відповідних розподілів; на історичних даних за останні 13 років.

Список літератури

[1] Portfolio selection. Harry Markowitz.

- [2] John C. Hull. Options, futures, and other derivatives.
[3] A Markowitz Portfolio Approach to Options Trading. Licheng Zhao and Daniel P. Palomar.
-

Автори

Антіп'єв Ілля Юрійович — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: ilya.antipiev@gmail.com

Зубченко Володимир Петрович — канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: volodymyr.zubchenko@knu.ua

Побудова автоматичної системи відповідей на питання

О. О. Башук

Раніше проблему переваженості технічної підтримки можна було вирішити лише збільшенням кількості працівників. Але з розвитком технологій на більшу частину простих питань стали відповідати значно дешевші за повноцінних працівників чат-боти. Проте часто, через вузькоспрямованість продукту чи чату, популярні питання нерідко є занадто специфічними для розмовних чат-ботів. Саме для такої задачі я хочу запропонувати власну модель чат-боту.

Провівши певні дослідження, я зупинився на моделі, яка в своїй основі переважно покладається на створену компанією Google модель BERT [1] та її різновиди, що дають можливість знаходження числового представлення загального змісту тексту, та косинусної подібності [2], що дуже часто використовується в обробці природної мови для порівняння двох векторів чисел на подібність.

Сама ж модель у спрощеному вигляді робить наступні дії. Врахлюючи можливе використання бота в загальних чатах, спершу модель по окремих реченнях повідомлення має визначити чи задано питання. Далі модель шукає серед записаних в базі питань подібні, порівнюючи загальний зміст повідомлень та вживаність специфічних для продукту чи чату слів зі словника, та обирає найкращі. При відсутності відповідей на ці питання в базі, модель аналогічним чином намагається визначити відповіді на питання серед подальших повідомлень, та записати їх в базу. З відповідей на знайдені питання обирається найкраща, дублюється разом із питанням та надається користувачу, як ймовірно розглянуте раніше питання. Для кращого ефекту до відповіді також додають посилання на інші обрані питання-відповіді. Сам же словник специфічних слів може бути як наданим моделі, так і згенерованим моделлю штучно.

З можливих покращень, для визначення подібності питань та знаходження відповідей можна скористатись нейронними мережами, що будуть навчатись на фоні роботи моделі та потенційно замінюють косинусну подібність [2] в ній.

Таку модель, через специфічність тематики, я вважаю найбільш вдалою.

Список літератури

- [1] Jay Alammar, The Illustrated BERT, ELMo, and co. (How NLP Cracked Transfer Learning), <http://jalamar.github.io/illustrated-bert/>
[2] Fatih Karabiber, Cosine Similarity, <https://www.larndatasci.com/glossary/cosine-similarity/>

Башук Олексій Олексійович — студент 2-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: al.bashuk@gmail.com

Формалізація алгоритму навчання штучного нейронна - модель Маккалоха-Піттса в системі комп'ютерної алгебри MathCAD

Д.О. Білоконь

На сьогоднішній день штучні нейронні мережі (надалі ШНМ) та їх архітектура набувають великих розмірів. Глибинні мережі ілюструють кращу здатність до узагальнення. Науковці та інженери інтелектуальних систем маніпулюють шарами та кількістю нейронів задля отримання високих результатів функціонування інтелектуальних систем. Проектування ШНМ неможливе без розуміння функціонування елементарної або спрощеної моделі природного нейрона. В даній роботі формалізується алгоритм навчання Ворена Маккалоха (Warren Sturgis MacCulloch) та Волтера Піттса (Walter Harry Pitts), що має назву модель Маккалоха-Піттса, наводиться приклад реалізації даного алгоритму та проводяться обчислювальні експерименти. Математична модель Маккалоха-Піттса має наступний вигляд:(1) [1])

$$v_k = \sum_{j=1}^m w_{kj} x_j + b_k \quad (1)$$

У своїй роботі Маккалох та Піттс описали логіку обчислень у ШНМ. З часів публікації робота Маккалоха та Піттса привертала чималу увагу читачів та постійно обговорювалась у наукових колах. Дана робота лишається актуальною і сьогодні. [2] Реалізація псевдокоду алгоритму навчання нейронної моделі Маккалоха-Піттса (Алгоритм-1) в MathCAD набуває наступного виду: (Рис. 1)

```
W:=
  D←2
  while D>0
    Σ←w1·x1+w2·x2+w3·x3
    if Σ≤bk
      y←0
    else
      y←1
    D←yk-y
    w1←w1+D·x1·η
    w2←w2+D·x2·η
    w3←w3+D·x3·η
    D
  W←w
```

Рис. 1. Реалізація алгоритму навчання для моделі Маккалоха-Піттса

Algorithm 1 Модель Маккалоха-Піттса

Require: Вектор із трьох елементів

Ensure: Навчена матриця вагових коефіцієнтів W

```
 $D \leftarrow 2$   
while  $D > 0$  do  
   $\Sigma \leftarrow w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3$   
  if  $\Sigma \leq b_k$  then  
     $y \leftarrow 0$   
  else  
     $y \leftarrow 1$   
  end if  
   $D \leftarrow y_k - y$   
   $w_1 \leftarrow w_1 + Dx_1\eta$   
   $w_2 \leftarrow w_2 + Dx_2\eta$   
   $w_3 \leftarrow w_3 + Dx_3\eta$   
   $D$   
end while  
 $W \leftarrow w$ 
```

Псевдокод алгоритму навчання моделі Маккалоха-Піттса має наступний вигляд:
(1)

Отже, ми реалізували алгоритм навчання елементарного нейрона - модель Маккалоха-Піттса та провели обчислювальні експерименти. В першу чергу слід зазначити, що експерименти підтвердили основну тезу про те, що дана модель розділяє вхідний сигнал на два класи. Це один із прикладів бінарної класифікації. Також слід додати, що дана модель не може працювати з логічним вентиляем виключне АБО (XOR). Крім цього, для успішного запуску даного алгоритму слід використовувати наступні додаткові показники: коефіцієнт навчання $\eta = 1$, пороговий елемент $b_k = 5$, бажане значення вихідного сигналу $y_k = 1$, сигмоїдальна функція активації, початкові вагові коефіцієнти $w = [0, 0, 0]$, індекси $i, j = 1, 2, 3$, вектор вхідного сигналу x . Як результат експериментатор повинен отримати навчену матрицю вагових коефіцієнтів - вектор W .

Список літератури

- [1] Haykin, S. Neural Networks: A Comprehensive Foundation. – Prentice Hall, 1999.
 - [2] McCulloch W.S. and W. Pitts. “A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity”, Bulletin of Mathematical Biophysics, 1943, vol. 5, p. 115– 133.
-

Автори

Дар’я Олександрівна Білоконь — студентка 2-го курсу, факультету комп’ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: dasha.bilokon123@gmail.com

Програмна реалізація алгоритмів гарантованого середньоквадратичного оцінювання прогнозу матричних спостережень в умовах статистичної невизначеності

Борисенко Олександр Олегович

В даній доповіді досліджуються оцінки невідомих математичних сподівань за спостереженнями реалізацій випадкових матричних послідовностей. Розглядаються матричні спостереження вигляду (1).

$$Y_k = \rho_k(x(k)) + \eta_k, k = \overline{0, N-1} \quad (1)$$

$$\text{де } \rho_k(x(k)) = \sum_{s=1}^m A_s(k)x_s(k), k = \overline{0, N-1},$$

$A_s(k) \in H_{n \times \rho}, s = \overline{1, m}, k = \overline{0, N-1}$ - відомі матриці;

$H_{n \times \rho}$ - простір матриць розмірності $n \times \rho$;

$x(k) = (x_1(k), \dots, x_m(k))^T, k = \overline{0, N-1}$ - невідомі вектори, які належать обмеженій множині;

$$G = \left\{ x(k), k = \overline{0, N-1} : \sum_{k=0}^{N-1} |f(k)|^2 q_k^2 \leq 1 \right\},$$
$$f(k) = x(k+1) - x(k), k = \overline{0, N-1},$$

$q_k^2, k = \overline{0, N-1}$ - відомі додатні числа;

T - символ транспонування;

$\eta_k \in H_{n \times \rho}, k = \overline{0, N-1}$ - послідовність випадкових матриць.

Припускається, що середнє значення випадкових матриць $\eta_k, k = \overline{0, N-1}$ дорівнює нуль-матриці, тобто $E\eta_k = 0$ (E - символ математичного сподівання), а кореляційні матриці $R_k \in H_{n \times n}, k = \overline{0, N-1}$ - відомі та визначаються співвідношеннями:

$$E\langle \eta_k, Z_1 \rangle \langle \eta_k, Z_2 \rangle = \langle R_k Z_1, Z_2 \rangle, \forall Z_i \in H_{n \times \rho}, i = \overline{1, 2}, k = \overline{0, N-1},$$

де $\langle \eta_k, Z_i \rangle = sp(\eta_k Z_i^T)$ - скалярний добуток матриць.

Необхідно оцінити вектор $Vx(N)$, де $V \in H_{l \times m}$.

В ході роботи мною було розроблено програму на мові Python для знаходження квазімінімаксних гарантованих оцінок вектора $Vx(N)$ в рамках першого наближення методу малого параметра.

Список літератури

- [1] Наконечний О.Г., Кудін Г.І., Зінько П.М., Зінько Т.П. Наближені гарантовані оцінки матриць у задачах лінійної регресії з малим параметром // Системні дослідження та інформаційні технології. - 2020. - № 4. - С. 88 - 102.

Олександр Олегович Борисенко — аспірант, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: borysenko@knu.ua

Оптимальне керування для хвильового рівняння із дробовою похідною за часом

Веклич Ростислав Анатолійович

В обмеженій області $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ з гладкою границею $\partial\Omega$ при $T < \infty$ розглянемо задачу оптимального керування

$$J(u) = \frac{1}{2} \|y(x, T) - y_d^0\|_{L^2(\Omega)}^2 + \frac{1}{2} \left\| \frac{\partial y}{\partial x}(x, T) - y_d^1 \right\|_{L^2(\Omega)}^2 + \frac{\beta}{2} \|u\|_{H_0^1(\Omega)}^2 \rightarrow \inf, \quad (1)$$

де $u \in U_\partial$, $U_\partial \subset H_0^1(\Omega)$ — непорожня опукла та замкнута область допустимих керувань, стан $y(x, t)$ є розв'язком системи

$${}_0^C D_t^\alpha y(x, t) = Ay(x, t), \quad x \in \Omega, \quad t \in (0, T), \quad (2)$$

$$y(x, t) = 0, \quad x \in \partial\Omega, \quad t \in (0, T), \quad (3)$$

$$y(x, 0) = 0, \quad x \in \Omega, \quad (4)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x}(x, 0) = u(x), \quad x \in \Omega, \quad (5)$$

де ${}_0^C D_t^\alpha y(x, t)$ — дробова похідна Капуто порядку $\alpha \in (1, 2)$ за часом та A — симетричний рівномірно еліптичний оператор:

$$Ay(x) = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x) \frac{\partial y}{\partial x_j}(x) \right) + a_0(x)y(x),$$

де $a_{ij} = a_{ji} \in C^1(\bar{\Omega})$, $a_0 \in C(\bar{\Omega}) \leq 0$ та існує така стала $\mu > 0$, що для довільних $x \in \bar{\Omega}$ та $\xi_1, \dots, \xi_n \in \mathbb{R}$ виконується нерівність $\sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x)\xi_i\xi_j \geq \mu \sum_{i=1}^n \xi_i^2$, $y_d^0 \in H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega)$ та $y_d^1 \in D((-A)^\gamma) \subset L^2(\Omega)$.

Системи вигляду (2)–(5) виникають при математичному моделюванні процесів аномальної дифузії та поширення механічних хвиль у в'язкопружних матеріалах. В доповіді для задачі (1)–(5) розглянуто існування і єдиність оптимального керування.

Список літератури

- [1] Веклич Р. А., Семенов В.В. (2023) «Оптимальне керування початковою умовою для дробового за часом хвильового рівняння», International Scientific Technical Journal “Problems of Control and Informatics”, 67(6), с. 25–42.

Автори

Веклич Ростислав Анатолійович — асистент кафедри теоретичної кібернетики, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: rveklych.knu@gmail.com

Еволюційний пошук унікально-ексцентрично-точкових графів із заданими властивостями

А. О. Гак

Зв'язний граф G називається унікально-ексцентрично-точковим (у.е.т.), якщо кожна його вершина має єдину ексцентричну вершину [3]. Графом ексцентриситетів $ED(G)$ називається орієнтований граф, який має ту саму множину вершин, а дуги визначаються як: $u \rightarrow v \iff v$ є ексцентричною для u [1]. Кожна компонента слабкої зв'язності $ED(G)$ містить єдиний 2-цикл. Якщо обидві вершини 2-циклу мають вхідний степінь 1, називаємо таку компоненту голою, якщо рівно одна, то напівголою, інакше ж називаємо її повною. У роботі [2] ставиться питання існування у.е.т. графа із парою взаємно ексцентричних вершин, відстань між якими менша за його діаметр. Використовуючи еволюційні стратегії, вдалось знайти граф на 22 вершинах, який задовольняє цій властивості (її будемо називати нульовою). Введемо ще три властивості:

- 1) $ED(G)$ містить прості ланцюги довжини більше ніж 2;
- 2) $ED(G)$ містить напівголу компоненту;
- 3) $ED(G)$ одночасно містить повну та голу компоненти.

У дослідженні було знайдено приклади графів до кожної з цих властивостей та поставлено питання їх комбінування. Кортежем (p_0, p_1, p_2, p_3) , де $p_i \in \{0, 1\}$ будемо позначати виконання вищенаведених властивостей. У дослідженні знайдено графи, які ілюструють 10 із 16 можливих комбінацій. Для частини з них вдалось довести мінімальність отриманих прикладів за діаметром, кількістю вершин та кількістю компонент у графі ексцентриситетів. Кортежі, до яких не вдалось знайти прикладів графів: $(0, 1, 1, 0)$, $(0, 1, 0, 1)$, $(0, 0, 1, 1)$, $(0, 1, 1, 1)$, $(1, 0, 1, 1)$, $(1, 1, 1, 1)$. Із цього спостереження випливає відкрите питання існування у.е.т. графа, для якого одночасно виконуються 2 та 3 властивості.

Список літератури

- [1] F. Buckley, The eccentric digraph of a graph, *Congr. Numer.* **149** (2001) 65–76.
- [2] A. Hak, V. Haponenko and S. Kozerenko, Eccentric digraphs of unique point eccentric graphs, *Xth All-Ukrainian Conference of Young Scientists in Physics and Mathematics*, April 16–17, Kyiv, Ukraine, 84–85.
- [3] K.R. Parthasarathy and R. Nandakumar, Unique eccentric point graphs, *Discrete Math.* **46(1)** (1983), 69–74.

Автори

Артем Олегович Гак — студент 1-го курсу магістратури, факультет інформатики, Національний університет “Киево-Могилянська академія”, Полтава, Україна; E-mail: artem.hak@ukma.edu.ua

Деякі питання утворення класичного скutoїда

М.С. Деркач

У 2018 році біологами Іспанії та США, які займалися обчислювальною біологією, при дослідженні епітеліальної тканини ембріона було знайдено новий вид не-класичних многогранників, названих скutoїдами, з бічними гранями, що можуть бути криволінійними поверхнями. Скutoїдом вчені назвали геометричне тіло, що міститься між паралельними поверхнями, у яких лежать многокутники - основи скutoїда, причому вершини цих многокутників можуть з'єднуватися прямою, або кривою, або Y- подібним зв'язком, а всі перерізи тіла, що паралельні до основ, є многокутниками.

У даній роботі введено часткову класифікацію скutoїдів. Оскільки грані скutoїда можуть бути плоскими або криволінійними поверхнями, то досліджено умови перетворення скutoїда на класичний многогранник. Досліджено можливість застосування до скutoїдів теореми Ейлера для класичних многогранників. За допомогою моделювання задачі у прямокутній декартовій системі координат досліджено типи поверхонь, які можуть бути гранями скutoїда. Виявлено, що грані можуть бути плоскими, циліндричними, або бути прямим гелікоїдом – гвинтовою поверхнею. Для правильного класичного скutoїда, у якого нижня основа є правильним п'ятикутником, а верхня – правильним шестикутником, причому радіуси кіл, описаних навколо цих многокутників, рівні, і центр шестикутника проектується у центр п'ятикутника, досліджено умови, за яких одне з бічних ребер є прямолінійним або одна з граней є плоскою чи циліндричною.

Список літератури

- [1] Gomez – Galvez, P., Vicente – Manuera, P., Tagua, A. Et al. Scutoids are a geometrical solution to three-dimensional packing of epithelia. Nat Commun 9, 2960 (2018).
-

Автори

Михайло Сергійович Деркач — учень 11-го класу, гімназія № 283, Київ, Україна; E-mail: mishad20112005@gmail.com

Алгоритми фільтрації та знаходження першої похідної для ефективного виявлення складових електрокардіограм

Єфремов Микола Сергійович

Для аналізу електрокардіограм (ЕКГ) важливо виявити QRS комплекси (група зубців, що представлені на електрокардіограмі) які вказують на скорочення м'язів серця та є ключовим елементом для діагностування різних захворювань серця, таких як аритмії, ішемічна хвороба серця, хвороба клапанів та інші. Актуальність тематики полягає в тому, що виявлення QRS комплексів є важливою складовою аналізу ЕКГ. Для знаходження QRS комплексів застосовують цифрову обробку ЕКГ сигналу математичними методами. Робота присвячена визначенню точок R-пиків (точок R) за допомогою порогового методу. Суть обраного підходу складається з таких етапів:

1) *Фільтрація ЕКГ сигналу за допомогою високочастотного фільтра. Був вибраний найбільш придатний фільтр для даної задачі.*

2) Визначення першої похідної, яка надалі підноситься до квадрату, і точка R шукається на множині точок, де квадрати похідної приймають найбільше значення. R нік шукається серед цих точок.

Для визначення цих множин обирається деяке порогове значення для квадрата похідної. Після визначення R піків запропонованим методом обчислюються відстані між піками, інтервали часу між ними та інші характеристичні ознаки. Обчислення таких характеристичних ознак допомагає лікарям у проведенні діагностики. Наприклад, можна обчислити частоту серцевих скорочень, оцінити амплітуду та тривалість QRS комплексів, виявити симптоми аритмії та інші параметри, що можуть допомогти лікареві у діагностуванні та лікуванні пацієнта. Використовуючи даний підхід було реалізовано програмний код на мові Python для досягнення кросплатформності. Це дозволяє приймати дані з різних пристроїв, що можуть зчитувати ЕКГ, для подальшої обробки та пересилати отримані результати на будь які платформи.

Автор

Єфремов Микола Сергійович — асистент кафедри Теоретичної кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка, аспірант Іституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна; E-mail: yefremov@knu.ua

Maritime Object Tracking Using Monte Carlo Simulations and Dynamic Particle Scoring

Zadorozhnyi O.A.

Maritime object tracking is a crucial aspect of marine surveillance systems, playing a significant role in ensuring the safety and security of maritime operations. Accurate tracking of moving objects in complex marine environments poses significant challenges due to factors such as dynamic ocean conditions, the presence of multiple objects with similar characteristics, and limitations in the performance and accuracy of various sensors. Developing a robust and flexible algorithm to address these challenges is critical for improving the efficiency and effectiveness of marine surveillance applications.

In this study, we developed a flexible and modular algorithm for tracking moving objects in a marine environment using data collected from various sensors and Monte Carlo simulations. We utilized Sequential Monte Carlo simulations, dynamic particle scoring, clustering, and resampling techniques to differentiate and track multiple maritime objects in different scenarios. The algorithm was tested on synthetic data with varying parameters, showcasing its adaptability and scalability. The results highlighted the strengths and weaknesses of the algorithm, as well as areas for future research, including improving the handling of similar objects moving in close proximity, incorporating moving sensors, and developing quantitative performance metrics.

Implemented framework can be viewed at <https://github.com/alexandr0/maritime-object-tracking>

Authors

Oleksandr Zadorozhnyi — 2-nd year Master's degree student, Mechanics and Mathematics Faculty, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: alexandro.zadorozhnyi@gmail.com

Аналіз оптимізаційних моделей датасету для розв'язання задач машинного навчання

Терещенко Василь Миколайович, Закала Павло Андрійович

Нейронні мережі зарекомендували себе як ефективний та універсальний метод. Проте сучасний світ диктує нові правила гри. Оновлення даних відбувається настільки швидко, що оновлення моделі у відповідності до нової інформації являється ресурсоємною задачею. Або ж накоплених даних стає настільки багато, що не завжди вистачає ресурсів для навчання моделі на такому об'ємі. Існують класичні способи боротьби з цими проблемами, так як зменшення розміру нейронної моделі, видалення додаткових ресурсів для навчання або ж випадковий викид даних з датасету. Ці підходи є універсальними та робочими, проте не ефективними, адже здатні значно погіршити фінальний результат. Альтернативою таким підходом є пошук Базової підмножини (*coreset*).

Базовою підмножиною (*coreset*) деякої множини D , називаються таку зважену підмножину C , що рішення отримане на множині D_{core} є порівняно (*provably competitive*) з рішенням отриманим на D [1].

Підходи, що розв'язують задачу пошуку базової підмножини, можна розділити на декілька груп. До першої можна віднести геометричні базові підмножини. Вони використовуються геометричні підходи для узагальнення набору даних. Класичними підходами є кластеризація та побудова оболонки, які апроксимувати дані до зрозумілих структур, що полегшує роботу з ними.

Баєсівська база підмножина використовується для задач Баєсівського висновування для оптимізації великого об'єму даних у реальному часі. На основі східних даних будується зважена підмножина, яка оброблюється алгоритмами типу МСМС.

Також можна виділити групу підходів, що застосовують універсальні методи оптимізації, для визначення базової підмножини, наприклад генетичні алгоритми [2]. Навідміну від попередніх підходів, генетичні алгоритми можна без додаткових адаптацій застосувати до нейронних мереж, проте швидкість такого підходу буде надто повільною, що не призведе до суттєвого виграшу.

Ми пропонуємо розглянути задачу пошуку базової підмножини з точки зору нейронних мереж. Для цього ми пропонуємо два підходи. Першим є перевести дані в простір ознак та розглянути задачу як геометричну роботу з даними. Такий підхід є більш інтуїтивно зрозумілим та дасть можливість застосувати уже напрацьовані методи в цій області. Другим підходом є створення абсолютно нових даних на основі вхідного набору. Нейронні мережі демонструють прекрасні результати при генерації зображень та текстових даних, що є прекрасною основою. Такий підхід допоможе не лише правильно збалансувати результуючий датасет, а і глибше зрозуміти самі дані та адаптувати їх правильно у відповідності до поставленої задачі.

Список літератури

- [1] Bachem O., Lucic M., Krause A. Practical Coreset Constructions for Machine Learning, <https://arxiv.org/abs/1703.06476>
 - [2] Barbiero P., Squillero G., Tonda A. Uncovering Coresets for Classification With Multi-Objective Evolutionary Algorithms, <https://arxiv.org/abs/2002.08645>
-

Автори

Терещенко Василь Миколайович — доктор фізико-математичних наук, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: vtreshch@gmail.com

Закала Павло Андрійович — аспірант 1-го року навчання, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: pzakala@gmail.com

Improving Financial Sentiment Analysis with DeBERTa Model and LoRa Fine-Tuning

Viacheslav Ivanenko

Financial sentiment analysis is becoming increasingly important in the financial sector. Investors, traders, and some financial institutions can benefit greatly from understanding the future of financial markets through the ability to effectively forecast financial sentiment. However, financial terminology is complex and context-dependent, which makes sentiment analysis difficult.

A new model to improve financial sentiment analysis is presented using the DeBERTa V3 model[1][2] with LoRa fine-tuning[4][3]. The cutting-edge DeBERTa V3 language model, which is based on transformers architecture, has demonstrated outstanding performance on a number of Natural Language Understanding (NLU) tasks. To accelerate and optimize training, I use Low-Rank Adaptation. By freezing the pre-trained model weights and injecting trainable rank decomposition matrices into each layer of the transformer architecture, LoRA reduces the number of trainable parameters.

I evaluate the performance of the new approach using a dataset of labeled financial sentences[5]. I compare the performance of our model with existing state-of-the-art models[6] and demonstrate the benefits of using DeBERTa V3 and fine-tuning LoRa. Experimental results show that our approach outperforms existing Financial Sentiment Analysis models in terms of accuracy and F1 score.

This research has important implications for the financial industry. By improving the accuracy of financial sentiment analysis, we can help stakeholders make better-informed decisions and improve the overall efficiency of financial markets. The proposed model can be applied to a wide range of financial applications, including stock prediction, risk management, and financial news analysis.

Список літератури

- [1] He, Pengcheng, et al. "Deberta: Decoding-enhanced bert with disentangled attention."arXiv preprint arXiv:2006.03654 (2020).
- [2] He, Pengcheng, Jianfeng Gao, and Weizhu Chen. "Debertav3: Improving deberta using electra-style pre-training with gradient-disentangled embedding sharing."arXiv preprint arXiv:2111.09543 (2021).
- [3] Hu, Edward J., et al. "Lora: Low-rank adaptation of large language models."arXiv preprint arXiv:2106.09685 (2021).
- [5] Malo, Pekka, et al. "Good debt or bad debt: Detecting semantic orientations in economic texts."Journal of the Association for Information Science and Technology 65.4 (2014): 782-796.
- [6] Araci, Dogu. "Finbert: Financial sentiment analysis with pre-trained language models."arXiv preprint arXiv:1908.10063 (2019).

Автори

Viacheslav Ivanenko — Ph.D student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: viacheslav.iwanenko@gmail.com

Адаптивні системи керування. Під-регулятор

С.М. Іванов, Ю. М. Шевчук

Останнім часом все більше викликають інтерес адаптивні системи керування

процесами, адже використання звичайних принципів керування для складних сучасних систем може бути зовсім не ефективно, через те, що їх використання неможливе без великої кількості інформації про характеристики системи та керованого процесу. Одним із найпростіших алгоритмів функціонування автоматичного регулятора є пропорційно-інтегрально-диференціальний регулятор (ПІД-регулятор): П компонента виправляє поточну похибку в поточний момент часу; І компонента виправляє минулі похибки; Д компонента виправляє майбутні похибки.

Формула для знаходження адаптивного ПІД-регулятора має наступну форму (11):

$$u = k_p(e(t) + k_u \int_0^t e(t)dt + T_d \frac{de(t)}{dt}), t \in (0, T_u),$$

де $e(t)$, $t \in (0, T)$ – сигнал неузгодженості, k_p – загальний коефіцієнт передачі регулятора, $k_u = 1/T_u$ – коефіцієнт обернено пропорційний часу інтегрування T_u , T_d – постійна часу диференціювання.

Запропоновано приклад побудови ПІД-регулятора для системи, у якій об'єктом керування є звичайний автомобіль. Також проведено моделювання описаної системи керування в програмному середовищі Simulink.

Ця робота була підтримана Міністерством освіти і науки України у рамках гранту МОН України для перспективного розвитку наукового напрямку "Математичні науки та природничі науки" в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка.

Список літератури

- [1] Мовчан А.П., Степанець О.В. Адаптивні та параметрично-оптимальні системи управління. – К.: НТУУ КПІ, 2011. – 108 с.
- [2] Крих Г. Б., Матіко Г. Ф., Криль Б. А. Моделювання системи керування з регулятором на підставі внутрішньої моделі. Науковий вісник НЛТУ України. – № 29(9). – 2019. – с. 161–168.

Автори

Сергій Михайлович Іванов – студент 4-го курсу, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: ivanovserhii@knu.ua

Юлія Михайлівна Шевчук – к.ф.-м.н., факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: shvchuk.iuliia@knu.ua

Оптимізація коефіцієнта конверсії вебсистеми через пошук найвпливовішого за швидкодією компонента

О. П. Ількун

Оптимізація коефіцієнта конверсії - це процес збільшення відсотка відвідувачів вебсайту, які здійснюють деяку встановлену власником вебсайту бажану мету (наприклад, купують продукт або оформлюють підписку). [1]

Коефіцієнт конверсії визначається як відсоток відвідувачів, які досягають мети. Він розраховується як загальна кількість конверсій, яка поділена на загальну кількість людей, які відвідали вебсайт $CON = \frac{Conversions}{Number\ of\ visitors}$.

Швидкодія вебсайту має істотний вплив на коефіцієнт конверсії. Дослідження постійно показують, що висока швидкодія сторінок вебсайту призводить до збільшення коефіцієнта конверсії. [2]

Нехай задано деяку вебсистему WS , яка складається з N компонентів C_i , $i = 1..N$, тоді можемо ввести функцію оцінки коефіцієнта конверсії всієї системи

$$CON(t)_{WS} = \sum_{i=1}^N CON_{C_i}(t_i) + CON_B \quad (1)$$

де $t = \sum_{i=1}^N t_i$ - середня швидкодія запита до системи, t_i - середня швидкодія компонента C_i , $CON_{C_i}(t_i)$ - функція впливу компонента C_i на загальну конверсію, CON_B - деяка базова конверсія вебсистеми, що не залежить від її швидкодії.

Для виявлення найвпливовішого компонента вебсистеми можна використовувати «уповільнюючий експеримент» [3]. Уповільнюючий експеримент полягає у штучному сповільненні деякого компонента системи. Результат експеримента можна використати для виявлення впливу цього компонента на функцію оцінки конверсії всієї системи $CON(t)_{WS}$.

Список літератури

- [1] Khalid Saleh, Ayat Shukairy, Conversion Optimization: The Art and Science of Converting Prospects to Customers, O'Reilly Media, Inc., 2010.
 - [2] Taryn Hardes, Faster Sites, More Sales: Connecting Website Performance to Ecommerce Revenue, 2021.
 - [3] Ron Kohavi, Ya Xu, Trustworthy Online Controlled Experiments, Cambridge University Press, 2020.
-

Автори

Олександр Петрович Ількун — аспірант 4-го року навчання, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: alexander.ilkun@gmail.com

Розробка інструменту для визначення кола господарів вірусів Архей з застосуванням методів машинного навчання

К. О. Ільченко

Завдяки стрімкому збільшенню геномних баз даних алгоритми машинного навчання з кожним роком набувають популярності в біологічних дослідженнях. До найпоширеніших задач належать задача класифікації та задача кластеризації, а можливість представлення послідовностей ДНК усіх живих організмів у вигляді рядків довжиною n над алфавітом $\{A, T, G, C\}$ дозволяє ефективно використовувати рекурентні та згорткові нейронні мережі. Уже відомо декілька інструментів для визначення кола господарів вірусів з застосуванням методів машинного навчання, але переважна більшість з них розроблена для вірусів бактерій і задовільно працює лише для дуже добре поширених та добре вивчених груп, тоді як дуже важливою є можливість ефективно досліджувати принципово нові пари вірус-хазяїн. У цьому випадку кількість таких описаних пар налічує не більше кількох десятків, що надзвичайно мало для навчання нейронної мережі. З іншого боку, вченим відоме явище коеволуції, в результаті якого послідовності вірусних ДНК стають схожими на ДНК хазяїна, що призводить до певної схожості частот k -мерів (коротких слів довжиною 3-20 символів) їхніх ДНК.

Саме цю еволюційну схожість було використано для створення інструменту для визначення кола господарів вірусів Архей з застосуванням згорткових нейронних мереж. Розроблено ієрархічний ансамбль 17 однотипних згорткових нейронних мереж з етапом голосування для пошуку вірусів архей *Thaumarchaea*, *Asgardarchaea* та *Thermoprotei* з загальною кількістю параметрів 33 313 на модель. Для навчання як позитивні датасети використано відомі геноми відповідних архей, як негативні - використано геноми інших груп архей. Відсутність вірусних послідовностей в навчальних наборах даних дозволяє стверджувати, що дана модель не залежить від відомих вірусів і буде однаково ефективною для визначення господарів нових видів вірусів. Особлива система голосування дозволила зменшити відсоток хибно-позитивних результатів в середньому до 0.5% з досить високим відсотком істинно-позитивних результатів близько 70% на тестових даних.

Authors

Каріна Олександрівна Ільченко — студентка 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: biologisterr@gmail.com

Ефективне використання платіжного механізму Zether для надання анонімної грошової допомоги

Н.Г. Ічанська

В більшості країн світу відбувається комплексний фінансовий моніторинг перебігу грошових переказів від відправника до отримувача. Обмеження, пов'язані з моніторингом, можуть ускладнювати здійснення платіжних операцій з метою надання грошової допомоги іншим країнам, які знаходяться у складних соціально-політичних умовах. Яскравим прикладом може служити надання допомоги українській армії громадянами країни, армія котрих прямо або приховано здійснює агресію по відношенню до України. В цьому прикладі, важко, в повній мірі, оцінити тиск, що може спричинити держава та суспільство відносно людини, що надсилає кошти іншій країні. Проте існують механізми уникнення ризиків розкриття цієї допомоги.

Криптовалюти на основі технології блокчейн - новий тип активів, що відрізняється від традиційних валют, але дозволяють швидко та безпечно здійснювати грошові перекази між користувачами з усього світу без посередництва банків чи інших фінансових установ. Використовуючи розширення Zether, який ідентифікує акаунти користувачів відкритими ключами криптосистеми Ель-Гамаль, волонтер отримує ефективний, повністю децентралізований механізм конфіденційних та анонімних платежів у моделі на основі рахунків Ethereum.

Щоб відправити b токенів ZTH від публічного ключа y до \bar{y} , у реалізації використовується нова система доказів без розголошень Σ -Bullets, що інтегрує Bulletproofs [3] з Σ -протоколами [2].

Список літератури

- [1] Benedikt Bunz, Shashank Agrawal, Mahdi Zamani, and Dan Boneh. Zether: Towards Privacy in a Smart Contract World, 2019.
- [2] Ivan Damgard. On sigma protocols. <https://www.cs.au.dk/~ivan/Sigma.pdf>.
- [3] Benedikt Bunz, Jonathan Bootle, Dan Boneh, Andrew Poelstra, Pieter Wuille, and Greg Maxwell. Bulletproofs: Short proofs for confidential transactions and more. In 2018 IEEE Symposium on Security and Privacy, pages 315–334. IEEE Computer Society Press, May 2018.

Автори

Ічанська Надія Григорівна — аспірантка 2-го року, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: ichanadia235@gmail.com

Порівняння алгоритмів перевірки простоти числа

Казміренко Яна Володимирівна

Генерація простих чисел є однією з важливих задач у криптографії. Прості числа використовуються, наприклад, в криптографічних системах з відкритим ключем. Окрім простих чисел існують так звані псевдопрості числа (найбільш відомими серед них є числа Кармайкла), які за властивостями схожі на прості, але є складеними. Одним з підходів до генерації простих чисел є генерація псевдопростого числа с подальшою перевіркою того, чи є число простим. Проте не всі алгоритми можуть точно вказати чи є число простим чи ні.

У роботі були розглянуті ймовірнісні алгоритми, тест на еліптичних кривих та поліноміальні алгоритми. Ймовірнісні алгоритми працюють швидше, але з певною ймовірністю можуть помилятися. Алгоритм Міллера-Рабіна дає правильну відповідь з ймовірністю $\frac{3}{4}$. Ймовірнісний алгоритм Соловея-Штрассена дає правильну відповідь з ймовірністю $\frac{1}{2}$. Кращим з ймовірнісних алгоритмів вважається алгоритм Міллера-Рабіна, він має більшу ймовірність того, що відповідь є правильною, і краще розпізнає числа Кармайкла. Поліноміальний алгоритм АКС теоретично є доволі хорошим детермінованим алгоритмом, дає точну відповідь чи є число простим на відмінну від ймовірнісних алгоритмів, де потрібно враховувати похибку, але на великих числах його не застосувати, так як він вимагає багато пам'яті.

Список літератури

- [1] Uncertainty can be Better than Certainty: Some Algorithms for Primality Testing, Richard P. Brent
- [2] The Miller-Rabin Randomized Primality Test, Bobby Kleinberg, <https://www.cs.cornell.edu/courses/cs4820/2010sp/handouts/MillerRabin.pdf>

Автори

Казміренко Яна — студентка 2 курсу магістратури, математика, механіко-математичний факультет Київського Національного університету ім. Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: sakura235516@gmail.com

Мережеві агрегативні ігри

О. Ю. Коваленко

Мережеві агрегативні ігри — це набір взаємозалежних задач оптимізації, що пов'язані із гравцями, що приймають рішення, або агентами, які не співпрацюють, де на кожного агента впливає певний сукупний ефект усіх агентів. Такі ігри виникають у сферах, таких як управління попитом в інтелектуальній мережі, регулювання попиту на конкурентних ринках. Спільною основою задач є наявність великої кількості «впертих» агентів, чий сукупні дії можуть порушити спільну інфраструктуру, якщо залишити їх без контролю.

У роботі розглянуто гру, де функція вартості i -го гравця $f_i(x_i, \bar{x})$ залежить від його власної дії $x_i \in X_i \subset R^p$ і сукупної дії інших гравців $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$.

Метою i -го гравця в такій грі є мінімізація його локальних витрат, тобто:

$$f_i(x_i, \bar{x}) \rightarrow \min, \quad x_i \in X_i, \quad (1)$$

де точки x_j , $j \neq i$ є фіксованими. Розв'язком є набір точок, на яких досягається рівновага Неша для всіх гравців.

У роботі описано мережеву агрегативну гру, де гравці розподілені по одноранговій мережі (P2P) і не мають прямого доступу до сукупної дії. Гру представлено у вигляді задачі моделювання того, як ідеї, інновації чи «думки» поширюються в соціальній мережі з кількістю агентів n . Припускаючи, що кожен агент i має вектор $x^i \in [0, 1]^N$ з думок щодо N тем. Кожен компонент вектора представляє думку агента i щодо конкретної теми, де 0 означає негативну, а 1 — позитивну думку. Для знаходження рівноваги Неша (нерухомих точок) записано гру у вигляді варіаційної нерівності і застосовано до неї градієнтні методи, що дозволять знайти розв'язок поставленої задачі. Під час виконання роботи було розроблено бібліотеку, що описує відомі градієнтні методи та застосовує їх для чисельних експериментів з різною кількістю гравців та стратегій.

Список літератури

- [1] Rongping Zhu, Jiaqi Zhang and Keyou You, Networked Aggregative Games with Linear Convergence, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2105.05465>
 - [2] Francesca Parise, Sergio Grammatico, Basilio Gentile and John Lygeros, Network Aggregative Games and Distributed Mean Field Control via Consensus Theory, <https://doi.org/10.48550/arXiv.1506.07719>
-

Автор

Олександра Юрївна Коваленко — студентка 2-го курсу магістратури, ФКНК, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: alexandra.kovalenko2000@gmail.com

Високорівнева модель строго типізованих обчислень на основі теорії категорій

Коваленко Д.

Математичні моделі обчислень використовуються для формалізації конкретної системи і надання можливості досліднику зробити якісь наперед задані висновки про цю модель. Але основні класичні методи обчислень сформульовані на низькому рівні. В той час як вони допомагають сформулювати основні правила при проектуванні архітектури процесора(-ів) не є можливим використовувати їх у повсякденному створенні програмного забезпечення, оскільки рівень абстракції недостатній.

В цій роботі розглянуто кілька моделей високорівневих строго типізованих обчислень, детально розглянуто модель на основі теорії категорій, показано що така модель еквівалентна типізованому лямбда-численню. На основі цієї моделі імплементовано просту мову програмування, схожу за синтаксисом на Haskell. Показано також, що за допомогою монад можна реалізувати деякі стандартні високорівневі конструкції в таких мовах як Rust або Haskell:

`Option<T> = Some<T> | None` `Result<T, ErrT> = Res<t> | Err<ErrT>`

Або більш абстрактні структури даних, такі як

Автори

Коваленко Данило — студент 3-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: danil130999@gmail.com

Modern Trends in Machine Learning: Overview

M. Kovalchuk

It is stated that we are on the edge of a technological revolution initiated by models such as GPT-4 and DALL-E2. In this research, we provide an overview of current trends in AI by analyzing numerous papers published primarily in 2022. We identified seven key trends: empirical-theoretical research, simulation of biological structures, new concepts for training neural networks, meta-environment and Artificial General Intelligence (AGI), meta-learning, innovative techniques in Reinforcement Learning (RL), and continual learning.

A practical approach is scaling the model, but cost necessitates planning for number of parameters and training dataset [1]. The ultimate goal is AGI creation. Neural networks in meta-environments of multiple games [2] or both text and video information are under investigations. Supervised learning is often used for pretraining, but obtaining trillions of high-quality labeled tokens is impractical. Thus, researchers employ RL methods for fine-tuning their models. Our work concludes with a graph (Figure 1) illustrating relationships among concepts in modern AI.

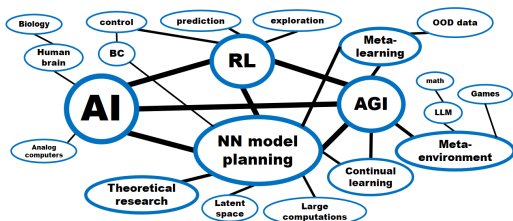


Рис. 1. Connections between different concepts and ideas in modern AI development.

We also describe a potential approach for developing a medical assistance bot. We propose pretraining on numerous scientific papers and collecting symptoms and medications data from hospitals where it's already stored. Such medical assistant could be a revolutionary civilizational proposition from Ukraine for the world.

Список літератури

- [1] Jordan Hoffmann, Sebastian Borgeaud, Arthur Mensch and Laurent Sifre. Training Compute-Optimal Large Language Models, 2022; arXiv:2203.15556.
- [2] Danijar Hafner, Jurgis Pasukonis, Jimmy Ba and Timothy Lillicrap. Mastering Diverse Domains through World Models, 2023; arXiv:2301.04104.

Autors

Ковальчук Максим Михайлович — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: max.kovalchuk@ukr.net

Методи пришвидшення розрахунку мел-кепстральних коефіцієнтів

Коган В.В., Пенко В.Г.

Мел-частотні кепстральні коефіцієнти (MFCC) є найпоширенішим інструментом у системах спектрального аналізу аудіо, музики, автоматичного розпізнавання голосу та штучного інтелекту. Їх обчислення для відносно великих аудіо, таких як довга людська фраза чи музикальний запис може зайняти помітний час [1]. Крім того, швидкодія може впасти у разі високої частоти дискретизації аудіо. Мел-кепстральні коефіцієнти добре підходять для розпізнавання упорядкованих джерел аудіо-сигналів, таких як окремий голос чи інструмент. MFCC є кепстром короткочасного сигналу, для якого застосовують банк фільтрів та центральних магнітуд. MFCC обчислюють для відрізків, що завчасно розбиті на інтервали по 10-30 мс [2]. Час розрахунку мел-кепстрального коефіцієнта для одного інтервалу розміром 10 мс може сягати декількох мс. Це обумовлює необхідність удосконалення швидкості обчислень. Виконання цієї цілі буде сприяти поширенню використання мел-кепстрального аналізу аудіо. Це можливо завдяки тому, що як правило максимальна кількість фільтрів та магнітуд відома на етапі компіляції. Сучасні мови програмування та їх стандарти, такі як C++14, дозволяють робити частину обчислень на етапі компілювання або старту програму, а частину обчислень безпосередньо на етапі виклику функції. Метою роботи є створення вільної бібліотеки на мові програмування C++ з покращеною у декілька разів швидкодією порівняно з деякими існуючими бібліотек.

Список літератури

- [1] Рижова А. Р., Оникієнко Ю. О., Аналіз особливостей використання ресурсів мікроконтролера для розпізнавання мовлення, https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/51272/1/MEA_2_2022_07_265406-1-265406-7.pdf
- [2] B. Sturm, M. Mordidone, L. Daudet., Musical instrument identification using multiscale mel-frequency cepstral coefficients, <http://imi.aau.dk/bst/publications/Sturm2010b.pdf>

Автори

Коган В.В. — студент ОНУ ім.І. І. Мечникова ; E-mail: vladislav.kogan@gmail.com

Пенко В.Г. — к.т.н., доц., каф. МЗКС ОНУ ім.І. І. Мечникова; E-mail: vpenko@onu.edu.ua

Знаходження інтервалу неарбітражних цін для дискретних моделей еволюції ризикових активів.

Коржук Андрій Володимирович

Для дисконтованої еволюції ризикового активу заданої законом

$$S_n = \frac{S_0 \prod_{i=1}^n \exp(\sigma_i \varepsilon_i + \mu)}{B_0 \exp(nr)},$$

де σ_i задовольняє стохастичне рівняння Енгла

$$\sigma_i^2 = \sigma_0^2 + \alpha \varepsilon_{i-1}^2 \sigma_{i-1}^2, \quad i = \overline{1, N},$$

μ коефіцієнт росту ринку, r ставка відсотка на депозит, а ε_i послідовність незалежних однаково розподілених випадкових величин задано наступним законом:

$$\varepsilon_i = \begin{cases} -1, & \text{з ймовірністю } p_1^0 \\ 0 & \text{з ймовірністю } p_2^0 \\ 1 & \text{з ймовірністю } p_3^0 \end{cases} \quad p_1^0 + p_2^0 + p_3^0 = 1$$

описано сім'ю еквівалентних мартингалних мір та знайдено формули для інтервалу неарбітражних цін для опціонного контракту call європейського типу. Розроблено алгоритм комп'ютерної реалізації заданих формул для їх практичної реалізації на фінансових ринках.

Список літератури

- [1] Gonchar, N. S. (2021) Non-Arbitrage Models of Financial Markets, Global Journal of Science Frontier Research, V.21 Issue 4. P. 67-112
 - [2] Фондовий ринок і економічний ріст / М.С. Гончар. – К. Обереги, 2001. – 826 с. – (Б-ка Держ. фонду фундамент. Досліджень).
 - [3] Gonchar, N. S. (2020) Derivatives pricing in Non-arbitrage market, Global Journal of Science Frontier Research, V.20 issue 14, P. 32-101.
 - [4] Delbaen, Freddy, and Walter Schachermayer. The mathematics of arbitrage. Springer Science & Business Media, 2006.
-

Автори

Коржук Андрій Володимирович — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: akorzhuk@knu.ua

WriteRight: Handwriting recognition using CNN-Transformer NN architecture

B. Turbal, I. Kostiuik, A. Fedorych

In our project, we worked on handwriting Ukrainian and English recognition systems using Neural Networks. Though there are recent works involving pure Transformers [1]

or using GCNN [2] this still is an open area of research because existing solutions haven't achieved a human-level understanding of handwriting and usually have a very big number of parameters.

We combined two popular NN architectures: CNN and Transformer. That is used for OCR, CV, and other areas. In contrast, Transformers is a relatively new architecture[3] that is used for various tasks including NLP, Text Generation, and has some main advantages: parallel computing and the ability to utilize attention. Our CNN + Transformer network learns to recognize handwriting words or lines, where CNN is used like an encoder that encodes the image and learns patterns. In contrast, Transformer learns to decode results from CNN to Human Language and also learns the character-level model of language.

The result is an application combination of NLP spelling using the bigrams approach and a robust model which can recognize English and Ukrainian handwritten text with punctuation symbols. We also came to a conclusion, that a proper combination of CNN and Transformers can lead to great improvements in accuracy as Transformer's properties like extremely long-term memory help to deal with long sequences of letters and thus eliminate all mistakes made by LSTM-based models.

Achieved state-of-art results show the great potential of transformers to attain or even surpass human-level performance in text recognition. That means effectively analyzing tons of paperwork in a matter of hours when this task might take weeks of constant and monotonic work. In the modern world, there is still a lot of information written, and the use of HTR in educational, government and medical institutions results in a significant reduction in the number of misinterpreted moments.

Список літератури

- [1] Handwritten Text Recognition Using a Vision Transformer, <https://uu.diva-portal.org/smash/get/diva2:1737799/FULLTEXT01.pdf>
 - [2] Gated Convolutional Recurrent Neural Networks for Multilingual Handwriting Recognition, <https://ieeexplore.ieee.org/document/8270042>
 - [3] Attention Is All You Need, <https://arxiv.org/abs/1706.03762>
-

Authors

Bohdan Turbal, Ihor Kostiuk, Andrii Fedorych — 2nd year students, BSc Computer Science, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv; E-mail: bogdan.turbal.y@knu.ua, ihor.kostiuk@knu.ua, andriyfedorych@knu.ua

Розробка системи для сентиментального аналізу новин на основі даних Телеграм каналів

О.Ю. Косуха, Ю. М. Шевичук

У даній роботі наведено короткий опис запропонованої та реалізованої методики отримання прогнозів реакцій на новини на основі даних Телеграм-каналів. Потенціал розробленої програмної реалізації [1] було протестовано на датасеті з 63494 новинних повідомлень з Телеграм-каналів ТСН, "Громадське" Ukraine NOW доступ до яких було отримано з використанням Telegram API. Для переведення слів у числові вектори, були використані вкладення, які вловлюють сенс слів - GloVe [2]. Вкладення були взяті з сайту спільноти lang-uk, яка займається підтримкою і розвитком проєктів по збору українських корпусів. Всього було протестовано 4 види вкладень, які поділені за характером та регістром тексту, на якому вони були навчені.

На базі даних вкладень та архітектур LSTM і GRU було побудовано неймережеві моделі. Найкраща модель має F-міру 0.889. В роботі [3] навчання проводилось на цих же даних, використовувались статистичні методи переведення тексту в числові ознаки “торба слів” і TF-IDF та алгоритми навчання: наївний баєсівський класифікатор та метод опорних векторів. Найкраща отримана F-міра була 0.858, що на 0.03 менше отриманої в нашій моделі.

Ця робота була підтримана Міністерством освіти і науки України у рамках виконання спільного українсько-литовського проекту «Модельовання ролі людського потенціалу для забезпечення оборони країни під час новітніх загроз» у 2023 році.

Список літератури

- [1] Код програмної реалізації. Режим доступу: github.com/KosukhaOlexandr/reactions_prediction
 - [2] GloVe: Global Vectors for Word Representation. Режим доступу: nlp.stanford.edu/pubs/glove.pdf
 - [3] Наконечний О.Г., Капустян О.А., Шевчук Ю.М., Лосева М.В., Косуха О.Ю. Інтелектуальна система аналізу реакцій на новини на основі даних Телеграм-каналів. Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки, 2022. — №3. — с.55–61.
-

Автори

Олександр Юрійович Косуха — студент 4-го курсу, факультет комп’ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: kosukha.o@knu.ua

Юлія Михайлівна Шевчук — к.ф.-м.н., факультет комп’ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: shvchuk.yuliia@knu.ua

Оцінка температурних ефектів при розтягу в’язкопружного стержня

Кравчук Сергій Вікторович

В процесі експлуатації елементи конструкцій зазнають різного роду механічних навантажень. При цьому процес деформування, в загальному випадку, не є ізотермічним, оскільки деформація матеріалів супроводжується тепловими явищами як оборотної, так і необоротної природи. Взагалі, у розвитку зв’язаної теорії термов’язкопружних середовищ виділяють два основні напрямки. В рамках першого напрямку розглядають процеси інтенсивного монотонного або циклічного деформування. За деяких умов, наприклад при резонансних коливаннях, дисипативний розігрів може досягати значного рівня. Другий напрямок пов’язаний з поглибленим вивченням визначальних рівнянь непружних матеріалів. В даній роботі досліджується процес неізотермічного навантаження в’язкопружного стержня на розтяг. Для цього використовується формалізм термодинаміки необоротних процесів. Постановка задачі складається із балансових рівнянь, які зводяться до рівняння руху, рівняння теплопровідності, а також з визначальних рівнянь нестационарної в’язкопружної поведінки матеріалу.

Задача розв’язувалася чисельно із застосуванням пакету програм для розв’язання крайових задач в термінах диференціальних рівнянь з частинними похідними (FEniCS [1]), результати візуалізувалися за допомогою пакету ParaView [2]. Досліджено температурні ефекти при одноосьовому розтягу в’язкопружного стержня. Встановлено, що розтяг стержня супроводжується зміною температури

матеріалу. Температурні ефекти залежать від швидкості розтягування і властивостей матеріалу. Якщо розтягувати стержень з достатньою швидкістю, то процес супроводжуватиметься зменшенням температури матеріалу (відбувається збільшення внутрішньої енергії, що приводить до зменшення температури). Якщо ж розтягувати стержень дуже повільно, то температура матеріалу може збільшуватись (відбувається зменшення його внутрішньої енергії, що може призвести до зростання температури).

Список літератури

- [1] FEniCS — A popular open-source computing platform for solving partial differential equations, <https://fenicsproject.org>
 - [2] Kitware Inc., Utkarsh Ayachit ParaView — The world’s leading open source post-processing visualization engine, <https://www.paraview.org>
-

Автори

Кравчук Сергій Вікторович — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: kravchuk.s.v.1@gmail.com

Визначення вибухонебезпечних предметів

Кунічік О.В.

Доповідь присвячена дослідженню у галузі визначення вибухонебезпечних предметів (далі ВП). Це дуже велика проблема для України, адже 30 відсотків території держави наразі заміновано [1], а на розмінування знадобиться десятки років. Наше дослідження полягає в застосуванні комп’ютерного зору та методів машинного навчання (далі МН) для точного та ефективного виявлення ВП. Існуючі перешкоди, як-то відсутність великої кількості даних, велика різноманітність видів мін та складність ландшафту, на якому потрібно визначати ВП, являє собою складну задачу. Сюди можна додати різні погодні умови, типи ґрунту та забрудненість територій. На даному етапі дослідження використовується модель YOLOv5, головна увага приділена конструюванню датасету, збільшенню кількості класів об’єктів, що розпізнаються, створенню та навчанню моделі для візуального визначення об’єктів. Модель тестується на сайті Roboflow, досягнуто точність на тестовому датасеті близько 91 відсотка, що може бути порівняно з провідними дослідженнями у цій галузі [2]. Наразі досліджується тонке налаштування моделі за допомогою трансферного навчання, а також проводиться робота зі збору фото та відео.

Наступним етапом буде розгортання моделі на безпілотний летальний апарат для збору та тестування ще більшої кількості реальних даних. Для покращення точності моделі планується додавання нових сенсорів, таких як термальні камери та георадари, а також застосування сучасних технік МН, таких як трансферне та активне навчання тощо. Планується застосування інших напрямків покращення точності моделі, зокрема методів для аналізу знімків магнітно-резонансної томографії (3D CNN) та інших напрямків медичної візуалізації.

Наше дослідження потенційно має великі шанси істотно вплинути та значно пришвидшити процес розмінування території України та зберегти багато життів, а також стати базою для вирішення інших задач прикладної області.

Список літератури

- [1] ДСНС: в Україні заміновано тридцять відсотків території, <https://dsns.gov.ua/uk/news/ostanni-novini/30-teritoriyi-ukrayini-zaminovano-za-masstabami-ce-yak-dvi-teritoriyi-derzavi-avstriya-sergii-kruk>
 - [2] Штейнберг Г. та ін., Застосування глибокого навчання для автоматизації виявлення розкиданих наземних мін за допомогою БПЛА, <https://www.mdpi.com/2072-4292/12/5/859>
-

Автор

Кунічік Олександр Васильович — аспірант 2-го курсу, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: ao669517126@gmail.com

Візуалізація та розмітка даних ЕКГ для виділення ефективних характеристичних ознак

А. В. Ляшко

Серцево-судинні захворювання є однією з головних причин смертності людей. Запобігання серцевим захворюванням здійснюється шляхом виявлення початкових стадій хвороби за допомогою ЕКГ (електрокардіограма). ЕКГ є головним неінвазійним методом дослідження роботи серця та визначення його аномалій. При наявності хвороби серця своєчасно зроблена ЕКГ може запобігти серцевому нападу або і смерті.

В даній роботі здійснюється препроцесорна обробка даних добової ЕКГ по Холтеру. Дані ЕКГ по Холтеру збираються протягом доби і мають великий обсяг. З огляду це необхідно мати алгоритмічні та програмні засоби попередньої обробки великих масивів даних[1].

В даній роботі розроблено програмне забезпечення, яке реалізує такі можливості:

- виділення даних окремих відведень (дані кожного відведення створюються парою датчиків) з вихідного файлу Холтера;
- розподіл отриманої інформації за їх ознаками та збереження відповідних сигналів в окремих файлах;
- розбиття даних за вказаними часовими інтервалами з їх подальшою візуалізацією та можливостями масштабування, прокрутки, збереження.

Програмне забезпечення розроблено на мові Python. Для запуску програми потрібно встановити Python 3.5 та NumPy 1.9.1 або вище. Основним вхідним параметром є посилання на місце зберігання вихідного файлу Холтера .edf формату. При першому запуску програми створюються окремі файли, в які записуються розшифровані дані, що належать певному сигналу. Загальний інтервал поділяється на сегменти, довжина яких за замовчуванням - 1 година. В користувача є можливість перейти до будь-якої частини інтервалу та зберегти відповідні координати сигналів від всіх відведень та їх графіки.

Розроблена програма може бути корисна лікарям-кардіологам для виділення аномалій серцевого ритму для більш детального аналізу. Загалом програмне забезпечення може допомогти лікарю швидше поставити діагноз.

Список літератури

- [1] I. Krak, O. Stelia, A. Pashko, M. Efremov, O. Khorozov. Electrocardiogram Classification Using Wavelet Transformations. February 2020.

Автори

Андрій Володимирович Ляшко — студент 2-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: andrey_liashko@knu.ua

Проектний підхід до розробки моделі керування людським потенціалом

Малахов Д.І.

Проектний підхід до розробки моделі керування людським потенціалом в Україні є дуже актуальною темою в сучасному бізнес-середовищі. Особливо важливою вона стає у зв'язку зі стрімкими змінами в економіці, технологіях, культурі та ринку праці [1], а також високим рівнем безробіття порівняно з середнім в Європі. Це потребує від організацій нових підходів до управління своїми людськими ресурсами. Тож актуалізується проблема розробки оптимальної моделі керування людським потенціалом [2], що дозволить здійснювати ефективні процеси управління такі як набір, навчання, розвиток, мотивація та утримання працівників.

Результатом дослідження даної теми є оптимальна модель керування людським потенціалом, яка буде адаптована до умов українського ринку праці, враховуючи місцеві особливості. Це допоможе компаніям впроваджувати нові технології та інновації, залучати талановитих співробітників, підвищувати рівень ефективності діяльності та збільшувати конкурентні переваги на ринку.

Список літератури

- [1] Непрядкіна Н.В. Формування людського потенціалу в сучасних умовах розвитку держав. – Вісник ХНУ імені В.Н. Каразіна. Серія "Міжнародні відносини. Економіка. Країнознавство. Туризм 2019. – Вип. 10. – С. 160-166.
- [2] Barseghyan, P. Elements of the Mathematical Theory of Human Systems - Part 6: Human Life as a Project (The differential equation of human life); PM World Journal, 2019. – Vol. VIII, Issue II (February).

Автори

Данило Ігорович Малахов — студент 4-го курсу бакалаврату, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: danya.malakhov@knu.ua

DeFi trading strategies evaluation

Marchuk Y. M.

A crypto trading strategy is a fixed and consistent method of planning and making crypto trades. Trading strategies typically set out the following specifications: which trades to make, when to make them, when to exit them, how much capital you should risk on each position. There are many different types of crypto strategies. We chose the most popular among them, which are:

- Day trading;
- Swing trading;
- Crypto arbitrage;

- Crypto futures trading;
- High-frequency trading;;
- Range trading;
- Scalping in Crypto;
- Trend-based trading.

and conducted their detailed analysis. The analysis included the next steps:

- collecting the market data (it is important to have enough information about the market before starting to check the performance of the strategy);
- determining the extent of trader's presence in the market;
- calculating the profit-loss ratio (Profit-loss ratio = total failed trades/total successful trades);
- calculating the effective profit-loss ratio (effective profit-loss ratio = total amount lost / total amount gained; if this ratio $< 1 - a$ - trader is losing their capital);

During this research the most effective trading strategy (based on our analysis and evaluation) was obtained and different ways to assess a strategy (which parameters take into account and how to choose the most critical among them) were proposed to potential traders.

Список літератури

- [1] Crypto Trading Strategies <https://zebpay.medium.com/crypto-trading-strategies-e070a211788e>.
- [2] Lucius Fang, Benjamin Hor, Erina Azmi, Khor Win Win, 'How to DeFi: Advanced', 1st Edition, May 2021.

Authors

Yuliia Marchuk — 2nd year master student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: juliia5m@knu.ua

Побудова та аналіз математичних моделей ураження малошвидкісних динамічних об'єктів

Нижник Б. М.

Зараз безпілотні літальні апарати (БПЛА) все частіше використовуються в зонах бойових дій, тому дуже важливо розробляти нові методики протистояння їх застосуванню. Одним з ключових напрямів є розробка математичних моделей для аналізу та передбачення руху малорухомих об'єктів.

Для передбачення позиції дрона використовують часовий ряд (t_i, \vec{Y}_i) , де t_i - час спостереження, \vec{Y}_i - вектор положення дрона в момент часу t_i . Задача полягає в знаходженні положення дрона \vec{Y}_{i+k} в заданий момент часу t_{i+k} .

Одним зі способів передбачення є використання авторегресійної моделі передбачення, яка описується наступною формулою:

$$\vec{Y}_t = \vec{\alpha}_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i \vec{Y}_{t-i} + \sum_{j=1}^q \eta_j \vec{\epsilon}_{t-j} + \vec{\epsilon}_t$$

де Y_t - значення часового ряду в момент часу t , α_0 - константа, ϕ_i та η_j - коефіцієнти, p та q - порядки моделі, а ϵ_t - похибка моделі.

Оскільки позиція дрона не є стаціонарною, доцільно використовувати авторегресійне інтегроване ковзне середнє (ARIMA). У дрона є заданий напрям, тому його середнє переміщень буде в напрямку до цілі, а усі відхилення від цього напрямку мають тимчасовий характер.

Для оцінки параметрів моделі використовуємо метод найменших квадратів. Оптимальні значення параметрів знаходяться з використанням чисельних методів оптимізації функції багатьох змінних

Після отримання оптимальних значень параметрів моделі, можна використовувати її для передбачення майбутнього положення дрона. Це може бути корисним для визначення області, в якій можливо знаходиться дрон, та для аналізу ефективності зенітних установок.

Дані моделі можуть використовувати для аналізу ефективності різних методів ураження малорухомих об'єктів. Таким чином, дослідження в цьому напрямку є актуальним для розвитку методів боротьби з БПЛА.

Список літератури

- [1] Відюк П. І., Меньяйленко О. С., Половцев О. В., Методи прогнозування Том 1, Том 2, - Луганськ: Альма матер, 2008. - 305 сторінок.

Автор

Нижник Борис Михайлович — студент 4-го курсу, факультету комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: nyzhnykb@gmail.com

Використання технології гейміфікації для полегшення навчального процесу на прикладі створення чат-боту

В. В. Павленко, С. В. Павленко, Ю. М. Шевчук

Ігри, симуляції та гейміфікація протягом останніх років викликають все більший інтерес з боку освітян як засіб залучення учнів у нові та нестандартні способи здобуття знань [1]. Цей інноваційний підхід уже успішно використовується в ряді навчальних дисциплін, як от у математиці, іноземних мовах тощо, а одними з найбільш відомих та ефективних прикладів гейміфікації у цих сферах є платформи *Duolingo* [2] та *Duolingo Math*.

Було спроектовано та розроблено інструмент, що використовує метод гейміфікації, для вивчення наголосів із затвердженого переліку Міністерства освіти і науки як необхідної складової зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО) з української мови. Наразі існує чимало платформ для створення ігрових навчальних матеріалів: *Kahoot*, *Quizizz*, *Canvas* тощо. Утім, було вирішено скористатися платформою чат-ботів у месенджері *Telegram*, що має зручний та добре задокументований *API*.

Отож, із використанням мови програмування *Golang* та бібліотеки *SQLite* для реалізації систем баз даних, було створено бота в *Telegram*, що доступний за посиланням t.me/naholosy_bot. Цей бот є комплексним середовищем для вивчення наголосів та має функції тестування (по 12, 24 та 36 питань), пошуку правильних наголосів для слів із переліку та окремих слів за алфавітом тощо. Була також реалізована функція аналізу успішності користувача (слова, на яких користувач не робить помилок, трапляються у тестах рідше).

Список літератури

- [1] Koutropoulos, Apostolos & Porter, Jen. (2020). Gamification in Education.
 - [2] Huynh, Duy & Zuo, Long & Iida, Hiroyuki. (2016). Analyzing Gamification of “Duolingo” with Focus on Its Course Structure. 10.1007/978-3-319-50182-6_24.
-

Автори

Владислав Васильович Павленко — студент 1-го курсу, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: vpavlenko@knu.ua

Сергій Васильович Павленко — аспірант, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: serhiipavlenk@gmail.com

Юлія Михайлівна Шевчук — к.ф.-м.н., факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: shvchuk.iuliia@knu.ua

Адаптація алгоритмів роботи з рядками та текстами для оцінки подібності стеків викликів

С. В. Павленко, П. П. Кулябко

Сучасні програмні системи швидко зростають за складністю та обсягом коду, що ускладнює уникнення помилок та збоїв у них. Автоматичний збір звітів про помилки (стек викликів, лог-файли та ін) є необхідною частиною розробки програмного забезпечення, але їх групування стає проблемою при збільшенні кількості користувачів. В більшості випадків стек викликів дає вичерпну інформацію про причину збою [1], тому завдання кластеризації звітів зводиться до кластеризації їх стеків викликів. Для цього потрібно розв'язати проблему їх порівняння. У своїй роботі я пропоную розглянути ідею адаптації алгоритмів роботи з рядками та текстами для оцінки подібності стеків викликів.

Застосування алгоритмів роботи з рядками для вирішення цієї задачі досить очевидне, адже стек викликів, складається з послідовності кадрів (аналогічно як слова з літер або текст з слів), які можуть повторюватися. З іншого боку, якщо в рядочку всі символи мають однакову вагу, то в стеку викликів вага кожного кадру зменшується в залежності від його віддаленості від вершини. Також, важливий контекст кадру - тобто, кадри які йому передували та які слідують після нього.

Перші алгоритми були побудовані на основі алгоритму найдовшої спільної підпоследовності [2]. Його альтернативою став алгоритм розрахунку відстані Левенштейна, який вдалося значно точніше сконфігурувати для цієї задачі. Наступний кроком стало використання алгоритмів для роботи з текстами, наприклад алгоритм ранжування TF-IDF. Також досить цікавим виглядає досвід використання рекурентних нейронних мереж для порівняння стеків викликів [3] та Прихованих Марківських Моделей [4].

Отже, незважаючи на те, що алгоритми роботи з рядками та текстами, на перший погляд, не мають нічого спільного з задачею порівняння стеків викликів, та все ж їх ідеї та принципи знайшли своє застосування у цій задачі. Звісно, особливості реалізації та вибір алгоритму залежить від конкретних вимог та наявних обчислювальних ресурсів. А кожен з підходів має свої сильні та слабкі сторони. Та все ж, це чудовий приклад, як розробки з однієї галузі можуть стати досить плідним підґрунтям для вирішення суміжних задач, для яких не існує специфічних алгоритмів.

Список літератури

- [1] Schroter, A., Bettenburg, N. & Premraj, R. Do stack traces help developers fix bugs?. *2010 7th IEEE Working Conference On Mining Software Repositories (MSR 2010)*. pp. 118-121 (2010)
 - [2] Brodie, M., Ma, S., Lohman, G., Mignet, L., Modani, N., Wilding, M., Champlin, J. & Sohn, P. Quickly Finding Known Software Problems via Automated Symptom Matching. *Second International Conference On Autonomic Computing (ICAC'05)*. (2005)
 - [3] Graves, Alex, Fernandez, Santiago, Schmidhuber & J?rgen Bidirectional LSTM Networks for Improved Phoneme Classification and Recognition. *Proceedings Of The 15th International Conference On Artificial Neural Networks: Formal Models And Their Applications - Volume Part II*. pp. 799-804 (2005)
 - [4] Ebrahimi, N., Islam, Shariful, M., Hamou-Lhadj, Abdelwahab, Hamdaqa & Mohammad An Effective Method for Detecting Duplicate Crash Reports Using Crash Traces and Hidden Markov Models. *Proceedings Of The 26th Annual International Conference On Computer Science And Software Engineering*. pp. 75-84 (2016)
-

Автори

Сергій Васильович Павленко — аспірант, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: serhiipavlenk@gmail.com

Петро Петрович Кулябко — доцент, кандидат фізико-математичних наук, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: kpp1@ukr.net

Оцінка ефективності застосування системи масового обслуговування на прикладі Олександрівської лікарні міста Києва

Перерва Антоніна Григорівна

Із системами масового обслуговування суспільство зустрічається повсякденно. У багатьох галузях виробництва, побутового обслуговування, економіки та фінансів важливу роль відіграють системи спеціального виду, що реалізують багаторазове виконання однотипних завдань. Подібні системи і називають системами масового обслуговування. Теорія масового обслуговування розглядає затримки, спричинені невідповідністю між попитом на послугу та можливостями задовольнити попит. Індустрія охорони здоров'я в усьому світі страждає від затримок черги. Найчастіше це проблема оцінки рівня обслуговування, наданого пацієнтам, середнього часу очікування, кількості пацієнтів у черзі, використовуваної потужності та ймовірності того, що пацієнту потрібно чекати, або ж ймовірність відмови пацієнту, коли зайняті усі сервери обслуговування у випадку системи без черги. Лікарні постійно мають покращувати свою роботу, бо неправильне планування та несправна логістична система призводять до надто тривалого перебування. Аналіз черги та затримок може значно підвищити медичну продуктивність, задоволеність пацієнтів та економічну ефективність медичної допомоги. Це обумовлює актуальність дослідження ефективності роботи Олександрівської лікарні та порівняння її з середніми київськими показниками. Метою роботи є виявлення впливу базових показників обслуговування, таких як: зміна кількості ліжок, часу обслуговування, чисельності пацієнтів - на ефективність діяльності реанімаційних палат міста Києва.

Автори

Перерва Антоніна Григорівна — студентка 4-го курсу, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: lavless63@gmail.com

Виявлення контурів зображення зі згладжуванням поверхнею другого порядку

Підлетейчук Анна Володимирівна

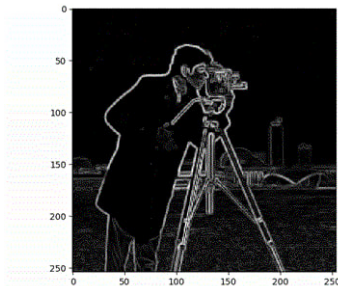
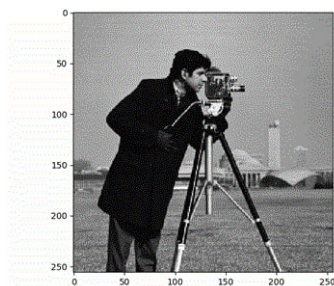
Контури - це такі криві на зображенні, вздовж яких відбувається різка зміна яскравості. Знайшовши їх, виділяють суттєві характеристики зображення [1]. Це може бути корисно у різних галузях, таких як медична діагностика, відеоспостереження, графічний дизайн тощо.

На практиці існує багато різних методів виділення контурів, в основному це градієнтні методи [1], [2]. Але, використовуючи їх, можна стикнутися з проблемами. Наприклад, можна побачити виникнення фіктивних контурів.

У данній роботі розглядається метод, що дозволяє хоча б частково усунути фіктивні контури в зображенні. Метод виявлення контурів зображення зі згладжуванням поверхнею другого порядку полягає в апроксимації яскравостей пікселів площиною.

Для побудови цієї площини використовується метод найменших квадратів. Після знаходження невідомих коефіцієнтів поверхні другого порядку підраховуються її градієнти, що дає можливість виділити контури.

Вихідне зображення цього алгоритму дуже схоже на те, яке отримується після дії оператора Превітта або Собела[2], але має відмінності. Основним недоліком цього методу є висока обчислювальна складність для великих зображень.



Список літератури

- [1] Reinhard Klette. Coincise Computer Vision. An Introduction into Theory and Algorithms. / Springer, 2014. - 429 с.
 - [2] Rafael C. Gonzalez, Richard E. Woods. Digital Image Processing / 3rd ed., Person, 2008. - 976с.
-

Автори

Підлетейчук Анна Володимирівна — студентка 4-ого курсу бакалавріату, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: angik24na7@gmail.com

Розробка ігрового застосунку для Android з використанням рушія Unity

П. С. Пінчук

Ігрова індустрія — це масштабний бізнес, який щорічно приносить мільярди доларів прибутку. З розвитком мобільних ігор попит на високоякісні ігрові програми для Android ніколи не був таким великим. Одним із найбільш поширених ігрових рушіїв для розробки ігор є Unity[1].

Розробка ігрового застосунку складається з декількох етапів. Перший етап — це розробка архітектури продукту, яка передбачає проектування загальної структури гри, взаємодію між класами програми та вибір відповідних компонентів Unity, які знадобляться для розробки застосунку. Наступним етапом є розробка графіки гри, яка передбачає створення різноманітних ігрових ресурсів, таких як персонажі, оточення та об'єкти, а також їх інтеграцію в програму. Третій етап — бекенд гри, який відповідає за її логіку та керування даними. Для його розробки було використано мову програмування C#[2]. Вона об'єктно-орієнтована, підтримується Unity і надає можливість розробникам створювати ефективні та надійні серверні системи, які забезпечують безперебійну роботу гри. Ще одним важливим аспектом розробки ігор є створення штучного інтелекту для неігрових персонажів (NPC). Це передбачає розробку та впровадження систем штучного інтелекту, для створення інтелектуальних, чуйних і складних NPC, які дозволяють їм взаємодіяти з гравцем у реалістичний та привабливий спосіб. Гра пройшла ретельне тестування та оптимізацію для широкого діапазону пристроїв, і тільки після цього вона була опублікована в Google Play, де її можуть завантажувати та грати користувачі з усього світу. Посилання на гру: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.SunLabGames.TheLastPirate>

Список літератури

- [1] Lavieri, Edward (2018). *Getting Started with Unity 2018: A Beginner's Guide to 2D and 3D game development with Unity*, 3rd Edition. Packt Publishing. p. 20. ISBN 9781788832915. Retrieved December 4, 2018.
 - [2] Petzold, Charles (2002). *Programming Microsoft Windows with C*. Microsoft Press. ISBN 0-7356-1370-2.
-

Автори

Павло Сергійович Пінчук — студент 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: pavlo.pinchuk2018@gmail.com

WMFA-based convolution for 4D and higher dimensions

Roman Polishchenko

Convolutional Neural Networks (CNNs) have been widely used in various fields and played an important role, especially in computer vision tasks, therefore, boosting the development of this domain. Lots of work has been done for optimizing 2D ConvNet layers. Also, 3D convolution gets to be used more frequently, for example in tasks that require the analysis of time-dependent data. However, there is a set of problems, which can theoretically be solved using 4D or 5D ConvNets. For example, some geodesic data could have up to 5 dimensions or any 3D object changing its position or shape in time produces a 4D sample.

The goal of the research is to adapt the approach for computing convolutions based on a Winograd minimal filtering algorithm [1], prototype it using Python, and try to analyze its pros and cons compared to a straightforward definition-based algorithm.

We presented a brief overview of all main groups of methods for computing the convolution layers and deeply investigated the approach that relies on the Winograd minimal filtering algorithm and its N-D generalization [2]. The functions for computing convnet layers based on the WMFA were implemented both for 2D and 4D cases specifically, and for N-D case in general (code is open-source and can be found via https://github.com/roma-vinn/winograd_convNd).

In conclusion, we can be sure of the numerical stability of the considered WMFA-based approach to calculate ConvNet layers. The highest magnitude of error that has been seen is 10^{-14} , which is more than acceptable for deep learning purposes. Then, we can be sure that this algorithm can be faster for 2D (our Python implementation), but detailed speed analysis for higher dimensions still requires optimized implementation on GPU, which was out of the scope of this research.

Список літератури

- [1] Shmuel Winograd. Arithmetic complexity of computations, volume 33. Siam, 1980.
 - [2] Jia, Zhen, et al. "Optimizing N-dimensional, Winograd-based convolution for manycore CPUs". Proceedings of the 23rd ACM SIGPLAN Symposium on Principles and Practice of Parallel Programming, 2018.
-

Authors

Roman Polishchenko — 2nd year Master's degree student, Mechanics and Mathematics Faculty, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: romanpolishchenko@knu.ua

Дослідження ефективності ієрархічного кодування класів для класифікації зображень за допомогою штучних нейронних мереж

Полухін А.К.

Проблема ієрархічного кодування класів для задачі розпізнавання об'єктів на зображенні зараз надзвичайно актуальна, адже з кожним днем від систем комп'ютерного зору вимагається працювати з усе більшими масивами даних, одночасно зберігаючи, більше того, покращуючи, показники ефективності.

Ієрархічне кодування дійсно може покращити роботи алгоритму, як це показано у [1, 2], де використання вкладеного ієрархічного кодування класів для задачі сегментації зображення пухлин мозку покращило результат. Автори використали функцію кодування класів [3] виду

$$a(x) = \sum_{n=1}^m \sigma\left(k\left[x + h\left(n - \frac{m+1}{2}\right)\right]\right),$$

де $\sigma(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$, k — це гладкість функції активації, h — це відстань між сусідніми класами.

У цій роботі розглядається декілька різних методів кодування, представлення, та функцій активації для ієрархічного кодування класів для задачі класифікації зображень.

Список літератури

- [1] M. Piraud, A. Sekuboyina, and B. H. Menze, “Multi-level Activation for Segmentation of Hierarchically-Nested Classes,” Cham: Springer International Publishing, 2019, pp. 345–353. doi: 10.1007/978-3-030-11024-6_24.
 - [2] X. Hu, H. Li, Y. Zhao, C. Dong, B. H. Menze, and M. Piraud, “Hierarchical Multi-class Segmentation of Glioma Images Using Networks with Multi-level Activation Function,” Cham: Springer International Publishing, 2019, pp. 116–127. doi: 10.1007/978-3-030-11726-9_11.
 - [3] S. Bhattacharyya, P. Dutta, U. Maulik, and P. K. Nandi, “Multilevel Activation Functions For True Color Image Segmentation Using a Self Supervised Parallel Self Organizing Neural Network (PSOINN) Architecture: A Comparative Study,” International Journal of Computer and Information Engineering, vol. 1, no. 8, pp. 2452–2464, Aug. 2007.
-

Authors

Андрій Полухін — Студент 2 курсу магістратури механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: pandrii000@gmail.com

Транспортна задача для економічного обґрунтування перевезення зерна

Резніченко І.В., Капустян О.А.

Одним із ключових напрямів розвитку економіки України є агробізнес, зокрема така його стратегічна галузь, як транспортування зерна. В умовах тривалого повномасштабного вторгнення росії витрати на перевезення зерна в Україні, які були найнижчими порівняно з європейськими чи американськими, сьогодні стали чи не найбільшими у світовій практиці та несподівано вийшли на перший план у формуванні собівартості продукції. Тож актуалізується проблема організації економічно обґрунтованого перевезення зерна, щоб зберегти конкурентоздатність агропродукції, уникнути катастрофічного падіння рентабельності аграрного виробництва та не втратити цілий сектор економіки України.

Розв'язати зазначену проблему покликані економіко-математичні методи й моделі [1], до яких відноситься й транспортна задача. У нашому випадку транспортна задача націлена на пошук економічно обґрунтованого плану перевезення зерна з пунктів виробництва (чи зберігання) до пунктів призначення, ураховуючи різні типи транспорту для перевезення, що дозволяє мінімізувати витрати пов'язані з цим процесом.

У роботі поставлено й розглянуто збалансовану чітко формалізовану трьохіндексну транспортну задачу [2] та доведено існування її розв'язків.

[1]

Список літератури

- [1] Вітлінський В.В. Економіко-математичні методи та моделі: оптимізація: навч. посібник [Електронний ресурс] / Вітлінський В. В., Терещенко Т. О., Савіна С. С. — К. : КНЕУ, 2016. — 303 с.
- [2] Haley, K. The Existence of a Solution to the Multi-Index Problem. J Oper Res Soc 16, 471–474 (1965). <https://doi.org/10.1057/jors.1965.81>.

Автори

Резніченко Ілона Володимирівна — студентка 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: barsareznich@gmail.com

Капустян Олена Анатоліївна — доцент кафедри системного аналізу та теорії прийняття рішень, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: olenakapustian@knu.ua

Про розв'язування однієї нечіткої задачі комівояжера на основі методу відпалу

Рець Вадим Олександрович

Метою формування багатьох теоретичних ідей у галузі дослідження та моделювання соціальних процесів є адаптація математичних моделей до реального життя. Це дає можливість поєднати потужність обчислювальних методів з врахуванням особливостей суб'єктивного впливу. Такі задачі є поширеними, коли мова йде про застосування алгоритмів штучного інтелекту, створення систем підтримки прийняття рішень, вирішення питань розподілу ресурсів – в них оцінка часу є вирішальним фактором, і при визначенні часових інтервалів важливо враховувати варіації сприйняття часу, викликані людськими емоціями [1]. У контексті проблеми комівояжера (TSP) нечіткий підхід у методі відпалу [2] може ефективно обробляти невизначену та суб'єктивну інформацію. Цей підхід використовує нечіткі числа для врахування суб'єктивного характеру людської участі (сприйняття часу), який часто присутній у сценаріях TSP.

Наведено результати дослідження застосування нечітких чисел і методу відпалу в контексті поставленої задачі з урахуванням суб'єктивного сприйняття плинності часу в реальних умовах руху, що дозволяє сформулювати нечітку оптимізаційну задачу для знаходження найкращого значення цільової функції, яка визначається величиною необхідного для подорожі між містами часу. Розглянуто оптимізацію розв'язків задачі комівояжера шляхом поступового зниження енергії системи процесу відпалу. Результати підтвердили ефективність цього підходу. Розроблено програму, яка використовувалася для порівняння результатів задачі комівояжера з використанням чітких і нечітких чисел на основі методу відпалу. Отримано висновок, що використання нечітких чисел із методом відпалу призводить до покращення результатів задачі порівняно з використанням чітких чисел за умов наявності можливих відхилень від очікуваного фіксованого середнього.

Список літератури

- [1] Schirmer, A. How emotions change time// *Frontiers in Integrative Neuroscience*. – 2011. - № 5. - P.58.
- [2] Grabusts, P., Musatovs, J., & Golenkov, V. The application of simulated annealing method for optimal route detection between objects// *Procedia Computer Science*. – 2019. – 149. - Pp. 95-101.

Автори

Рець Вадим Олександрович — аспірант 1-го курсу, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: vadym.rets@gmail.com

Прогнозування попиту товарів за допомогою класичних статистичних методів та методів машинного навчання

Рудь Максим Максимович

Задача прогнозування часових рядів є класичною задачею, яка має багато прикладних застосувань. Однією із таких є прогнозування попиту на товар на основі історичних даних. Ця задача є актуальною, адже дає можливість підприємцям оцінити об'єм майбутніх продажів та забезпечити наявність товару в потрібний час і в необхідній кількості. Це дозволяє уникнути недостачі або надлишковості товару на складах і відповідно уникнути списання товару, який може зіпсуватися.

Метою дослідження є аналіз ефективності прогнозування попиту товарів різних категорій на три тижні вперед за допомогою визначених моделей. У дослідженні порівнюються класичні статистичні методи прогнозування часових рядів (ARIMA, Exponential Smoothing, Croston) [1] та методи машинного навчання (Recurrent Neural Networks, Temporal Convolutional Networks [2], Random Forest [3]). Також використали ансамблеву модель із найвпливовіших моделей як найпростішу модель для порівняння. Дослідження також передбачало розділення часових рядів за їх типами попиту, які описані в [4]. Ефективність прогнозування моделей оцінювалася за допомогою метрик MAE, SMAPE та коефіцієнту детермінації.

В результаті дослідження отримали, які моделі найкраще прогнозують конкретні категорії товарів та конкретні типи попиту. Це дослідження може допомогти у створенні системи автоматизованого прогнозування попиту для підприємців, які хочуть мати впевненість, що доставка товарів на складах буде вчасною, що продажі максимізуються та покращиться рівень обслуговування.

Список літератури

- [1] Hyndman, Rob J; Athanasopoulos, George. *oTexts*
 - [2] An Empirical Evaluation of Generic Convolutional and Recurrent Networks for Sequence Modeling, Shaojie Bai, J. Zico Kolter, Vladlen Koltun
 - [3] Random Forest For Time Series Benjamin Goehry, Hui Yan, Yannig Goude, Pascal Massart and Jean-Michel Poggi
 - [4] T.M. Williams, "Stock Control with Sporadic and SlowMoving Demand," *J.Oper. Res. Soc.*, vol. 35, no. 10, pp. 939–948, Oct. 1984
-

Автори

Рудь Максим Максимович — студент 1-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: maksymrud@knu.ua

WriteRight: Text Segmentation

D. Samus, B. Turbal, I. Kostiuk

Text extraction is a crucial step in text recognition. It can be done in three ways: extracting words, extracting lines, or extracting whole paragraphs.

Learning-free techniques that we implemented are: connected component-based word extraction and horizontal projection profile method.

A connected component method is prone to connecting characters from different lines, and is susceptible to ink smears and preprocessing noise. Even if extraction was successful, ordering words left to right, down to bottom can be problematic, but should

be solvable for a certain subset of inputs (e.g. estimate text line height and order using heuristically-derived line regions).

The horizontal projection profile method is based on the assumption of lines being non-skewed. This greatly limits the usage of this method in the segmentation of handwritten text, which tends to have non-straight text lines, characters of different heights, and other features of a person's handwriting.

Both methods have severe limitations and they are not robust enough for our application. There are other learning-free methods [1, 2] that perform better, but are computationally harder than the aforementioned methods.

Another modern solution is to use Deep Neural Networks to present a more robust solution. There are two main types: single-shot detection techniques like YOLO [3] (you only look once) and region-based text detection techniques [4]. YOLO is a one-shot technique with a significant advantage - you only need to pass the image once. To get better results on Ukrainian text datasets, one of the most effective solutions is to choose a modern architecture of Neural Networks and implement fine-tuning on a selected dataset with some modifications.

Список літератури

- [1] Saabni, Raid, Abedelkadir Asi, and Jihad El-Sana. "Text line extraction for historical document images." *Pattern Recognition Letters* 35 (2014): 23-33.
- [2] Louloudis, Georgios, et al. "Text line and word segmentation of handwritten documents." *Pattern recognition* 42.12 (2009): 3169-3183.
- [3] YOLO-LITE: A Real-Time Object Detection Algorithm, <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8621865>
- [4] Handwritten Text Segmentation via End-to-End Learning of CNN, <https://arxiv.org/pdf/1906.05229.pdf>

Authors

Demian Samus, Bohdan Turbal, Ihor Kostiuk — 2nd year students, BSC Computer Science, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv; E-mail: demiansamus@knu.ua, bogdan.turbal.y@knu.ua, ihor.kostiuk@knu.ua

Analysis of the software development process using the system analysis methodology

K.V. Senko

Software development is a complex and multi-stage process in which various problems can arise, leading to a decrease in the quality of the product or its incorrect operation. One of the effective tools for preventing such problems is the methodology of system analysis, which allows you to consider the software as a system consisting of many interdependent components and study their interaction in order to optimize the system as a whole.

One of the key advantages of using the system analysis methodology in software development is the ability to identify and eliminate errors at the initial stages of development.

In order to successfully use the methodology of system analysis in software development, it is necessary to have experience and knowledge in the field of system analysis, as well as to possess the appropriate tools and technologies. For this, you can use various software products, for example, CASE-systems (Computer-Aided Software Engineering), which allow you to analyze and design software according to the system analysis methodology.

In addition, an important stage in the application of the system analysis methodology is the collection and analysis of input data. For this, various methods can be used, for example, structural analysis, functional analysis, problem area analysis, etc. This approach makes it possible to understand the needs and requirements of users, identify possible problems and ensure the high quality of the developed product.

Therefore, the analysis of the software development process using the system analysis methodology is an important step that allows you to improve the quality and efficiency of the developed product and reduce the risks associated with its development and implementation.

Список літератури

- [1] Ian Sommerville. "Software Engineering". Pearson, 2016.
- [2] W.S. Humphrey, Managing the Software Process, Addison-Wesley Professional, 1990.
- [3] Awad, A. I. (2016). Software engineering: principles and practice. Oxford University Press.

Authors

Senko Kirill — 1st year Bachelor's degree student, Faculty of Information Technologies, Taras Shevchenko Kyiv National University, Kyiv, Ukraine; E-mail: kirill.senko.2005@gmail.com

Exploring the Effectiveness of Deep Learning Techniques for Sentiment Analysis of Social Media Texts

K.V. Senko

Sentiment analysis of social media texts has become an important area of research due to the increasing amount of user-generated content on social media platforms. The goal of this research is to investigate the effectiveness of deep learning techniques for sentiment analysis of social media texts and to compare their performance with traditional machine learning techniques.

The exponential growth of social media has created an immense amount of data generated every day, which is difficult to process using traditional data analysis techniques. Sentiment analysis of social media texts can help in understanding the users' opinions and emotions about different products, services, or events. This information can be valuable for businesses, organizations, and governments in making informed decisions.

The main results of this research are as follows:

1. We evaluated the performance of deep learning techniques such as Convolutional Neural Networks (CNN), Recurrent Neural Networks (RNN), and Long Short-Term Memory (LSTM) for sentiment analysis of social media texts.

2. We analyzed the impact of different factors such as data preprocessing techniques, feature extraction methods, and hyperparameter tuning on the performance of the models.

3. We conducted experiment benchmark dataset, namely, the SemEval 2017 Task 4 dataset, and achieved state-of-the-art performance on dataset using deep learning techniques.

The results of this research demonstrate the effectiveness of deep learning techniques for sentiment analysis of social media texts and provide insights into the factors that influence their performance.

Список літератури

- [1] SemEval 2017 Task 4 Dataset: <https://competitions.codalab.org/competitions/16380>
 - [2] Kim, Y. (2014). Convolutional neural networks for sentence classification. arXiv preprint arXiv:1408.5882.
 - [3] Pang, B., and Lee, L. (2008). Opinion mining and sentiment analysis. *Foundations and TrendsB® in Information Retrieval*, 2(1-2), 1-135.
-

Authors

Senko Kirill — 1st year Bachelor's degree student, Faculty of Information Technologies, Taras Shevchenko Kyiv National University, Kyiv, Ukraine; E-mail: kirill.senko.2005@gmail.com

Дослідження та розробка проєкту сервісно-орієнтованої соціальної мережі

М. Ф. Сизько

Соціальна мережа (англ. Social networks) – це вебсайт, який дозволяє зареєстрованим на ньому користувачам розміщувати інформацію про себе й спілкуватися між собою, встановлюючи соціальні зв'язки. Інформація на цьому сайті створюється самими користувачами [1].

Соціальні мережі набувають дедалі більшого значення у сучасному суспільстві. Їх розвиток змінив характер комунікації та взаємодії людей. Дослідження демонструє значний розвиток соціальних мереж, статистика свідчить про постійне зростання їх користувачів. Існують різні типи таких мереж: відеохостинги, соціальні мережі для обміну короткими повідомленнями, для ділової комунікації та інші.

У ході роботи було проаналізовано сучасний стан та проведено порівняльний аналіз існуючих соціальних мереж. У даній роботі розроблено сервісно-орієнтований проєкт соціальної мережі. Реалізовано можливість створення користувача з такими атрибутами, як ім'я, аватар, адреса та ін. Користувачі можуть створювати публікації, переглядати записи інших користувачів, комунікувати.

Головна ідея розробки - соціальна мережа для пошуку роботи. Особливість цієї мережі полягає у її призначенні: надати користувачеві можливість вирішити лише одну задачу - отримання нової роботи, не відволікаючи його увагу будь-яким чином.

Програмне забезпечення розроблено на Java 17, Spring Framework. Використовується БД PostgreSQL, що зберігається в Docker контейнері.

Список літератури

- [1] Коваль Ю. В. Інформаційні мережі: навчальний посібник / Ю. В. Коваль, А. Б. Ставровський. – Київ, 2021. – 84 с.
-

Автори

Микола Федорович Сизько — студент 2-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: mykola.syzko@knu.ua

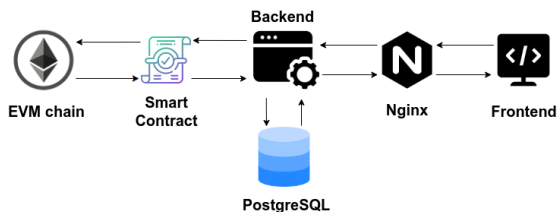
Apodeixis – EVM powered posts system

Statnik M., Masych N., Kostiuk I.

In today's world, protecting intellectual property and verifying claims can be challenging. To address these issues, we engineered Apodeixis – a blockchain-driven posts service.

Our system uses decentralized and cryptographically assured [1] EVM chains to guarantee the authenticity and immutability of data. Users can create articles which serve as a payload for transaction to a smart contract, an autonomous program that runs on top of the Ethereum Virtual Machine [2]. Apodeixis also allows users to view other users' posts and verify their authenticity by checking the corresponding blockchain records.

To optimize transactional fees and unify data structures for smart contract, we hash the posts before composing transactions. Our backend monolith service is implemented using high-performing Go, while lightweight framework Vue.js is applied for the frontend. PostgreSQL is used for orchestrating system data, and smart contracts are written in Solidity. The backend API is documented with swagger. We have given the architecture of Apodeixis in the following diagram:



We utilize GitLab CI/CD shared runners to containerize our services and build docker images with werf, an open-source, rapid, and scalable tool. For demo purposes, we have deployed our smart contract to Polygon [3] Mumbai testnet.

Список літератури

- [1] Distributed L. Blockchain and decentralized systems. Kharkiv: Authors' edition, 2018. 416 p.
 - [2] “EVM Instructions”, <https://ethereum.org/en/developers/docs/evm/>
 - [3] “Polygon”, <https://wiki.polygon.technology/>
-

Authors

Mykhailo Statnik, Nikita Masych, Ihor Kostiuk — 2nd year students, BSc Computer Science, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv; E-mail: miha_s@knu.ua, nikitamasych@knu.ua, ihor.kostiuk@knu.ua.

Дослідження методів розділення каналів у радіорелейних лініях зв'язку

Степанченко Б.С.

Дана робота присвячена просторовому методу розділення каналів у радіорелейних лініях зв'язку. Основна його особливість полягає у економії частотного ресурсу

при організації зв'язку між багатьма абонентами, які рознесені в просторі [1]. Це забезпечується здатністю антен збільшувати інтенсивність випромінювання у необхідному напрямку, послаблюючи її в інших, тобто антена використовується як просторовий фільтр.

Спираючись на отримані результати досліджень, можна стверджувати, що впровадження smart антени в засобах зв'язку є актуальною задачею [2]. Розв'язання цієї задачі дозволить збільшити об'єми інформації, що передається, за рахунок вивільнення частотних діапазонів для передавання інших видів інформації.

Список літератури

- [1] В.Г. Шолудько, М.Ю. Єсаулов, О.В. Вакуленко, Т.Г. Гурський, М.М. Фомін. Навчальний посібник. Організація військового зв'язку. Київ - 2017.
- [2] Особливості побудови радіоліній зв'язку, [Електронний ресурс] URL: <https://www.znanius.com / 3645.html>.

Автори

Богдан Сергійович Степанченко — студент 2-го курсу магістратури, Інститут телекомунікацій, радіоелектроніки та електронної техніки, Національний університет “Львівська політехніка”, Львів, Україна; E-mail: bogdan210300@gmail.com

Розв'язання задач економічного прогнозування з використанням нейромережевих методів

Степанченко П.В.

В сучасному світі, де швидкість змін і нестабільність економіки є нормою, ефективне прогнозування є ключовим фактором успіху для будь-якої організації. Для цього використовуються різноманітні методи і техніки прогнозування, серед яких нейромережеві методи займають особливе місце [1]. Нейромережеві методи дозволяють враховувати багатофакторність економічних процесів, використовуючи складні математичні моделі, що дозволяє забезпечувати високу точність прогнозів [2]. Дослідження з розв'язання задач економічного прогнозування з використанням нейромережевих методів має велику актуальність, оскільки може допомогти підприємствам та державним органам приймати обґрунтовані рішення, зменшувати ризики та підвищувати ефективність діяльності в умовах невизначеності і конкуренції.

Результатом дослідження даної роботи є розробка нових алгоритмів та математичних моделей, що дозволять підвищити точність прогнозування економічних показників і знизити ризики прийняття невірних рішень. Крім того, дослідження може допомогти вдосконалити наявні методи прогнозування, розробити нові підходи до аналізу економічних даних та використання інформаційних технологій у процесі прийняття рішень.

Список літератури

- [1] Калініна І.О. Дослідження нейромережевих методів у задачах прогнозування. – Наукові праці [Чорноморського державного університету імені Петра Могили]. Серія: Комп'ютерні технології. - 2009. - Т. 106, Вип. 93. - С. 132-138. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Npchduct_2009_106_93_19.
- [2] Марченко О.О., Россада Т.В. Актуальні проблеми Data Mining: Навчальний посібник для студентів факультету комп'ютерних наук та кібернетики. — Київ. — 2017. — 150 с.

Автори

Павло Вікторович Степченко — студент 4-го курсу бакалаврату, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: pstep4e23@gmail.com

Перспективи використання безсерверних технологій для математичних обчислень

Свистунов Антон Олександрович

Безсерверні обчислення (англ. - "*Serverless Computing*") є одним з найперспективніших напрямків розвитку хмарних технологій. Ринок безсерверних обчислень матиме індекс CAGR (*Compound Annual Growth Rate*, з англ. - "*Складений річний темп приросту*") 26% до 2032 року [1]. Орієнтуючись на загальні тенденції розвитку галузі, компанії-постачальники хмарних сервісів, такі як Microsoft, Amazon, Google, на інші, пропонують свої реалізації платформ для безсерверних обчислень.

Безсерверні обчислення - це модель хмарних обчислень, в якій задача виділення обчислювальних ресурсів покладається на постачальника хмарних послуг. Підходи для розробки програмного забезпечення на платформах, що реалізують дану модель обчислень, можуть бути імперативними (з використанням мов програмування, таких як Python, Java, C#) та декларативними, так званими Low Code/No Code (з англ. - "*низькокодовий*" та "*безкодовий*"). Разом з широким спектром засобів для програмування, постачальники послуг надають засоби для інтеграції програмних рішень з іншими хмарними послугами - сховищами даних, брокерами повідомлень, системами автентифікації, тощо [2].

При розробці програмних рішень для математичних обчислень, особливо, що стосуються обробки великих даних та обробки даних у реальному часі, необхідно враховувати обчислювальні потужності, планувати виділення пам'яті, синхронізацію потоків виконання, тощо. Платформи для безсерверних обчислень у поєднанні з декларативними підходами розробки дозволяють абстрагуватися від деталей реалізації механізмів керування обчислювальними потужностями - масштабування на вимогу дозволяє ефективно використовувати хмарні ресурси. Водночас підтримка широкого спектру мов програмування, сприяє швидкій адаптації існуючих рішень.

Список літератури

- [1] Serverless Architecture Market size to cross \$90 Bn by 2032 [Електронний ресурс] // Global Market Insights. – 2022. – Режим доступу до ресурсу: <https://www.gminsights.com/pressrelease/serverless-architecture-market>.
- [2] Cloud Programming Simplified: A Berkeley View on Serverless Computing / [E. Jonas, J. Schleier-Smith, V. Sreekanti та ін.], 2019. – 32 с. – (Berkeley).

Автори

Свистунов Антон Олександрович — асистент кафедри теорії та технології програмування факультету комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: antonsvystunov@knu.ua

Різниця між стандартами представлення числа з плаваючою крапкою POSIT та IEEE 754 у комп'ютерних системах.

Т. А. Тищенко

Числа в комп'ютерних системах складаються з бітів, які кодують різні значення. Для зберігання чисел із плаваючою крапкою використовується зазвичай стандарт IEEE 754, але нещодавно був розроблений новий формат числа - POSIT.

Один з недоліків IEEE 754 полягає в тому, що він використовує фіксований формат, тому що кількість бітів змінюється для різних діапазонів чисел. Це означає, що найбільш значущі біти повинні бути розташовані біля крайнього правого боку числа, що зменшує точність. З іншого боку, POSIT використовує динамічний формат, що дозволяє зберігати числа з різною точністю без втрати точності.

Крім того, POSIT підтримує безпечне переповнення, що означає, що в разі перевищення обмежень числа, він не буде руйнувати число або використовувати неправильне значення. Також POSIT дозволяє проводити простіші операції з числами, що зменшує обчислювальні витрати порівняно з IEEE.

Результати перевірки показали, що POSIT може бути ефективнішим за IEEE у певних умовах, особливо при обробці чисел з великим діапазоном і значною різницею між значеннями. Однак, він може бути менш точним для деяких значень, де IEEE буде забезпечувати кращу точність.

Отже, вибір між POSIT і IEEE залежить від потреб користувача. Якщо точність є критичним фактором, то IEEE може бути кращим варіантом, але якщо точність може бути жертвована на користь швидкості та ефективності, то кращим варіантом буде POSIT.

Список літератури

- [1] Beating Floating Point at its Own Game: Posit Arithmetic
John L. Gustafson, Isaac Yonemoto
- [2] Langroudi, F. F., Khademolhosseini, M., Khademolhosseini, Z. (2020). The Performance Analysis of Posit and IEEE 754-2008 Floating-Point Number Systems.

Автори

Тимофій Тищенко Андрійович — студент 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: tantisch04@gmail.com

Виділення та обробка техногенних звукових сигналів методами великих даних

Троцько К. Р.

Об'єктом дослідження є проблема виявлення, класифікації та подальшої обробки техногенних звуків у природному середовищі. Більш детально я зосереджуюся на звуках вибухового характеру – постріли, звуки заведених двигунів, вибухи тощо. Результати цього дослідження можуть бути потенційно корисними в різних напрямках застосування, таких як посилення безпеки в зонах активних військових дій або ж як інструмент для підвищення якості аналізу великих наборів звукових даних.

Робота складається з двох частин. У першій було зроблено огляд існуючих методів локалізації джерела звуку в мережах бездротових акустичних датчиків [1].

У другій частині пропонуються підходи до вирішення однієї з проблем, зазначених у процитованій статті. А саме – це відокремлення звукового сигналу від шуму та подальша обробка сигналу методами машинного навчання (CNN та GAN).

Список літератури

- [1] Cobos, Antonacci, Alexandridis, Mouchtaris, Lee 'A Survey of Sound Source Localization Methods in Wireless Acoustic Sensor Networks', 2017
 - [2] Haytham Fayek 'Speech Processing for Machine Learning: Filter banks, Mel-Frequency Cepstral Coefficients (MFCCs) and What's In-Between', blogpost, 2016
-

Автори

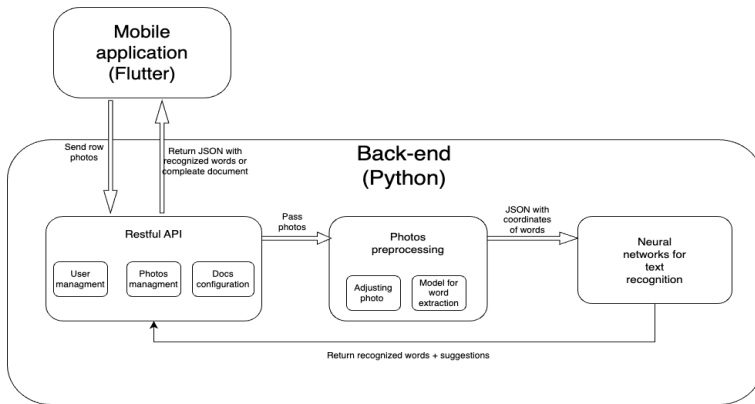
Троцько Крістіна Русланівна — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: trotsko.k@knu.ua

WriteRight: Ukrainian Handwriting Recognition App

A. Fedorych, V. Kravchuk, N. Ivanov

The problem of recognizing handwritten text is still relevant today [1]. Existing technologies are not efficient enough to allow an average user to quickly recognize documents (notes and similar written materials) and save them in a convenient format.

The whole app pipeline is shown in the following diagram:



The goal of our project is to solve the Cyrillic recognition problem and develop an interactive application [2] for working with the Ukrainian language.

The main difficulty is the lack of open datasets of Ukrainian words, for example, in English collected more than 115k words [3]. Thus, manual assembly, preliminary artificial generation, and supplementing with user suggestions obtained through the On-the-fly concept will lead to a significant increase in confidence in the neural network and help further NLP researchers.

Список літератури

- [1] Mattia Rufenacht, article on challenges in recognizing handwriting and future of technology, <https://parashift.io/en/handwritten-text-recognition-in-2020/>
 - [2] Towards Robust Handwritten Text Recognition with On-the-fly User Participation, <https://arxiv.org/pdf/2212.08834.pdf>
 - [3] IAM Handwriting Database, <https://fki.tic.heia-fr.ch/databases/iam-handwriting-database>
-

Authors

Andrii Fedorych, Volodymyr Kravchuk, Nikita Ivanov – 2nd year students, BSc Computer Science, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv; E-mail: andriyfedorych@knu.ua, kravchuk_volodymyr@knu.ua, ivanov42@knu.ua

Методи атестації розподілених систем на базі сервісно-орієнтованої архітектури

А. Ю. Харченко

Сервісно-орієнтована архітектура (SOA) стала важливою складовою сучасної бізнес-практики. Це стиль архітектури програмного забезпечення, який дозволяє організаціям створювати програми, поєднуючи слабозв'язані та незалежно розгорнуті служби. SOA має важливе значення у сучасному бізнесі, оскільки дозволяє досягти гнучкості в інноваціях. Розбиваючи додатки на менші багаторазові компоненти, організації можуть швидко реагувати на зміну ринкових умов і вимог споживачів. SOA також дозволяє організаціям інтегрувати різні системи та програми, покращуючи обмін даними та співпрацю між відділами.[1] Але для того, щоб досягти успіху треба, щоб програмне забезпечення було якісно протестовано.

Тестування SOA – це процес перевірки того, що кожен компонент системи правильно функціонує. Для того, щоб провести тестування SOA системи, програмні інженери застосовують різні підходи та методи. Вони також під час тестування розглядають кожен рівень архітектури, щоб бути впевненими, що всі процеси у системі працюють. Тестування SOA, як і інше тестування в розробці ПЗ, дозволяє інженерам порівняти власний продукт із запитами клієнта та переконатися, що всі вимоги збережені.

У даній роботі представлена розробка сервісно-орієнтованої системи, на прикладі якої було показано основні методи атестації програмного забезпечення. Також було наведено порівняльний аналіз між методами тестування та зроблено висновок, щодо найефективніших способів атестації подібних систем. В майбутньому очікується, що дана робота зможе допомогти фахівцям у виборі методів тестування для систем на базі SOA.

В ролі середовища розробки використовувалася IntelliJ IDEA. Як рушійна машина для API, було використано фреймворк Spring Boot з компілятором Maven. Задля зв'язку з БД(Postgresql) використано springboot-data-jpa на основі Hibernate. База даних зберігається в Docker контейнері. Задля UI оформлення API додано Swagger-UI, котрий допомагає відправляти та отримувати відповіді у форматі JSON.

Список літератури

- [1] Thomas Erl. Service-Oriented Architecture: Analysis and Design for Services and Microservices, December 2016.

Автори

Анастасія Юрїївна Харченко — студентка 2-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: anastasiakharchenko@knu.ua

Обчислення ймовірнісних характеристик гри за допомогою генетичного алгоритму.

О. О. Хоменко

Дослідження стосується теми обчислення ймовірностей появи зображень в слотах грального автомата "Однорукий бандит". При обчисленні ймовірностей використовується незвичний (в рамках даної задачі) підхід до знаходження мінімуму функції, а саме: генетичний алгоритм[1].

В генетичному алгоритмі: ген - це ймовірність появи зображення в слоті, індивід - це список генів, сума генів будь-якого індивіда має бути рівною одиниці. Наша мета - індивід, який забезпечує виконання певного списку умов.

Головна умова - це фіксований коефіцієнт віддачі автомата, тобто: $\frac{\text{математичне сподівання виграшу}}{\text{плата за одну спробу}}$.

Коефіцієнт віддачі рахуємо, використовуючи закон великих чисел [2]:

$$\frac{\overline{X_n}}{\text{плата за одну спробу}}; \overline{X_n} = \frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n). \overline{X_n} \rightarrow \mu, n \rightarrow \inf$$

, де μ - це математичне сподівання виграшу, а X_i - це виграш i -ої гри.

Генетичний алгоритм має певний набір інструментів[1]: схрещування, мутація, відбір. Функція обчислення ймовірності виживання, яка використовується у відборі, обернено пропорційна до функції помилки коефіцієнту віддачі автомата, яку ми намагаємося мінімізувати. Мутація відбувається з ймовірністю 0.1, при тому що кожен окремий ген може мутувати з ймовірністю $0.1 \times \frac{1}{\text{к-сть генів індивіда}}$. Мутуючий ген замінюється значенням нормально розподіленої випадкової величини з середнім, рівним поточному значенню гена, та дисперсією, рівною одиниці. Значення гену має певні обмеження: $0 < \text{ген} < 1$.

За зміни генів індивіда при схрещуванні або мутації може знадобитись привести суму генів до одиниці. Індивід - (p_1, \dots, p_n) . Алгоритм приведення:

$$S = \sum_{i=1}^n p_i; \text{delta} = 1 - S. G = \{i, i = \overline{1, n}\}; M - \text{множина індексів мтованих генів.}$$

Після схрещування: $M = \emptyset$. Після мутації: $M \neq \emptyset. \forall i \in G \setminus M :$

$$S_1 = \sum p_i; \text{perc}P_i = p_i/S_1; \text{delta}_i = \text{perc}P_i \times \text{delta};$$

Якщо $\text{delta} < 0 : p_i = p_i - \text{delta}_i$; Якщо $\text{delta} > 0 : p_i = p_i + \text{delta}_i$;

Таким чином зберігається особливість кожного індивіду, а мутація залишається впливовою.

В кінці маємо генетичний алгоритм, що досягає поставленої мети.

Список літератури

- [1] Practical Genetic Algorithms - Randy L. Haupt, Sue Ellen Haupt
- [2] Law of large numbers. https://en.wikipedia.org/wiki/Law_of_large_numbers

Автори

Олексій Олександрович Хоменко — студент 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: homenko0240@gmail.com

Модель системи моніторингу рівня цукру в крові

Шишацький Андрій Вікторович

Цукровий діабет – хронічне захворювання, що призводить до підвищення рівня цукру в крові. Неврегульований діабет може призвести до серйозних ускладнень. Однак правильний моніторинг рівня цукру в крові може допомогти уникнути цих ускладнень і підтримувати здоров'я пацієнта. Зважаючи на це, актуальність проблеми діабету та моніторингу рівня цукру в їх організмі надзвичайно висока, і зростає з кожним роком разом із кількістю людей з цим захворюванням.

Контроль за діабетом включає в себе два аспекти. Перший – діагностика, полягає в моніторингу динаміки рівня цукру в крові. Другий – регулювання рівня цукру за допомогою препаратів ретельно підібраними за допомогою діагностики дозами.

Метою дослідження є створення моделі системи, яка об'єднує всі елементи моніторингу рівня цукру в крові. Для створення такої моделі використано мову специфікацій TLA^+ з подальшою верифікацією моделі за допомогою методів TLC.

Розглянуто поняття модальної логіки, їх види, коротко характеризувано їх особливості[1]. Створена модель системи моніторингу цукру в крові, що включає в себе: зчитування даних сенсором, обробку отриманих даних, сповіщення на основі оброблених даних та інтеракцію з користувачем. Описано основні положення специфікації систем, обґрунтовано використання мови специфікацій TLA^+ [2]. За допомогою обраної мови створено специфікацію цієї системи, що дозволило довести її коректність методами TLC.

Можливе розширення цієї моделі, що включатиме поради щодо регулювання рівня цукру в крові, передачу показників на інші пристрої через мережу, виклик швидкої в разі критичних даних. Імплементация такої системи надзвичайно полегшить життя для людей з цукровим діабетом та їх родичів.

Список літератури

- [1] М.С. Нікітченко, С.С. Шкільняк, Прикладна логіка: Навчальний посібник. ВПЧ "Київський університет", 2013
- [2] Лемпорт Л., Specifying Systems: The TLA+ Language and Tools for Hardware and Software Engineers, Addison-Wesley Professional; 1st edition, 2002

Автори

Андрій Вікторович Шишацький — студент 2-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: ashyshatskyy@knu.ua

Розробка системи для аналізу персональних витрат та фінансів

Є.О. Штонда, Ю. М. Шевчук

З поступою цифровізацією навколишнього світу з'явилося таке поняття, як банківські картки. За допомогою банківських рахунків і банківських карток (фізичних або віртуальних) набагато спростився механізм оплат покупок, отримання заробітної платні, та інших видів транзакцій. Оскільки при витратах чи отриманнях заробітної платні людина не взаємодіє з фізичними грошима, то може не відчувати потік грошей, які вона витрачає або заробляє.

Тому аналіз транзакцій з банківської карти став більш актуальним процесом відслідковування своїх фінансів. Було створено Python-програму, яка на основі .csv файлу, полегшує аналіз руху коштів на банківському рахунку: зчитує інформацію

про транзакції та відповідно буде графіки витрат/прибутків в залежності від обраних користувачем параметрів. Сам .csv файл, який містить дані для аналізу, в свою чергу отримано з додатку Telegram, в який чат-бот банку надсилає інформацію про транзакції.

Користувач може обрати в розрізі яких метрик хоче побачити аналітику (в розрізі оплата/отримання чи типу транзакції(продукти/медцина тощо)) та за який період (за останній місяць/рік, по всіх роках чи по днях місяця за рік).

Маючи доступ до цієї програми, будь-хто може проаналізувати оборот коштів на своїй карті та отримати певні інсайти для оптимізації цього процесу.

Ця робота була підтримана Міністерством освіти і науки України для виконання НДР 0122U001844 (термін виконання 2022-2024 рр.) у Київському національному університеті імені Тараса Шевченка.

Список літератури

- [1] Дзюблук О., Луців Б., Чайковський Я. Сучасний розвиток ринку платіжних карток у цифровій економіці. Financial and credit activity problems of theory and practice. — № 6 (47). — 2022. — с. 51–64.
- [2] Гой В. Т. Особливості моделювання та проектування веб-сервісу для аналізу, прогнозування та планування персональних витрат. Міжнародна науково-практична конференція Актуальні питання науки, освіти і суспільства: теорія і практика, м. Умань, 28 жовтня 2022 р. — с. 69–71.

Автори

Єлизавета Олександрівна Штонда — студентка 3-го курсу, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: shtonda.liza2003@gmail.com

Юлія Михайлівна Шевчук — к.ф.-м.н., факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: shvchuk.iuliia@knu.ua

Секція «Методика викладання математики»

Особливості використання ігрових методів на уроках математики в 11 класі

Борець Михайло Максимович

Використання ігрових методів на уроках є важливим прийомом, актуальним для сучасного вчителя. Це робить заняття більш цікавим та інтерактивним для учнів [1]. Вчителі-новатори придумують способи адаптувати відомі настільні ігри для використання в дидактичних цілях [1], [2]. Використання гри при роботі з 7-8 класами суттєво додає мотивації учням розв'язувати задачі.

Однак, під час проходження виробничої практики я мав можливість попрацювати з 11 класом і виявив, що викладання у випускному класі має суттєві відмінності. Школярі в цьому віці вже більш відповідальні, мотивовані. За результатами опитування учнів 11 класу, 5 з 7 школярів готові вивчати предмет тільки тому, що подобається певна наука, а 6 з 7 високо або дуже високо оцінили вплив випускних іспитів на свою мотивацію до навчання. Тому роль ігрових методів у мотивації одинадцятикласників виходить на другий план. При цьому зовсім відмовлятися від інтерактиву не варто, оскільки навіть підлітки в цілому позитивно або нейтрально оцінили використання змагань на уроках. Наприклад, 4 з 7 опитаних хотіли б повторювати терміни у ігровій формі.

Враховуючи результати анкетування учнів та необхідність приділяти більше часу для підготовки до НМТ, я прийшов до висновку, що ігрові методи у випускному класі використовувати потрібно, однак у меншій кількості, ніж у 7-8 класах. При перевіці розв'язання задач і тестів НМТ учнів 11 класу мотивує проявляти активність гра «Дженга». Повторення теоретичного матеріалу у випускному класі застосовується доволі рідко, однак перед канікулами доцільно повторити вивчене за чверть у формі «Крокодила» чи «Alias». Також, якщо відчувається перевтомта учнів, варто підготувати для них брейн-ринг або квест [3].

Список літератури

- [1] М.М.Борець. Використання ігрових методів при викладанні математики в середній школі. – Сучасні тенденції та концептуальні шляхи розвитку освіти. – 2020. – С. 207-215.
- [2] Д.П. Демчук-Маригіна. Адаптація настільних ігор до використання в освітньо-му процесі. – Проєкт «На урок» – Вебінар, 27 грудня 2022.

- [3] Д.П. Демчук-Маригіна. Тематичні квест-кімнати як форма організації діяльнісного навчання учнів. – Проєкт «На урок» – Вебінар, 5 січня 2023.

Автори

Борець Михайло Максимович — студент 2-го року магістратури, Механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: mike_borets@knu.ua

Методика організації змішаного навчання математики в умовах воєнного стану

Дробаха Маргарита Борисівна

Сучасні зміни, пов'язані із воєнним станом, повітряними тривогами та регулярними відключеннями електроенергії, потребують різних підходів до організації освітнього процесу школярів. Модель комбінованого навчання є однією з ключових педагогічних технологій, що дозволяє налагодити процес навчання учнів математики в таких екстремальних умовах. Метою даного дослідження є проаналізувати наявний інструментарій застосування технологій організації комбінованого навчання та їх застосування при організації освітнього процесу в умовах воєнного стану.

Очне навчання, власне в класах, в сучасних умовах має свої переваги та недоліки. При очному навчанні в умовах воєнного стану важливо, навіть в регіонах віддалених від зони бойових дій, враховувати імовірність повітряної тривоги. Зокрема, учні, які вимушено навчаються закордоном не мають можливості бути присутніми на уроках, або урок неможливо було провести в силу певних причини, в таких випадках учні можуть засвоїти пропущений матеріал за допомогою наданих вчителем матеріалів. Це можуть бути посилання на відео-уроки Всеукраїнської школи онлайн [1], підготовлена вчителем презентація на тему уроку або інші, зручні для учнів, джерела інформації.

При організації онлайн навчання в умовах воєнного стану всім учасникам освітнього процесу доводиться долати багато обмежень. В такій ситуації вчитель може широко використовувати вищеписані сервісами для самостійного опрацювання матеріалу учнями, використовуючи широкий арсенал методів та моделей комбінованого навчання [2]. В умовах, що склалися не варто перенавантажувати учнів, але вчителю необхідно зробити все, щоб школярі могли навчатись, досягали програмних результатів навчання та відчували стабільність і підтримку педагогів.

Список літератури

- [1] Всеукраїнська школа онлайн – [режим екрану]:<https://lms.e-school.net.ua/>
- [2] Стрюк А.М., Семеріков С.О. Теоретичні та методологічні засади професійної освіти. // Вісник Дніпропетровського університету імені Альфреда Нобеля. Серія «Педагогіка і Психологія». 2012. № 2 (4). С 47 – 59.

Автори

Дробаха Маргарита Борисівна — студентка 2-го року магістратури, Механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: marharyta.drobakha@gmail.com

Використання евристичних методів при навчанні математики

А. В. Кобзева

Відомо, що у процесі вивчення математики учні часто стикаються з різними труднощами. Серед методів, які дозволяють учням проявити творчу активність та досягти значних успіхів у процесі вивчення математики, важливу роль відіграють евристичні методи. Одна з можливих реалізацій евристичного підходу при навчанні математики полягає у тому, що вчитель ставить перед класом деяку навчальну проблему та шляхом послідовно поставлених завдань «підводить» учнів до самостійного виявлення того чи іншого математичного факту. Учні поступово, крок за кроком, долають труднощі у процесі розв'язування задачі та «самостійно відкривають» її розв'язання.

Роль евристичної діяльності у науці й у практиці навчання математики докладно висвітлюється у книгах американського математика G. Polya [1], [2]. Мета евристики – дослідити правила та методи, що ведуть до відкриттів та винаходів. Важливими методами, за допомогою яких можна вивчити структуру творчого розумового процесу є, на його думку, дослідження особистого досвіду при розв'язуванні задач та спостереження за тим, як розв'язують задачі інші.

При аналізі методу «видозміна задачі» можна запропонувати деякі правила, які сприяють виникненню «плідних ідей» у процесі розв'язування математичних задач. Використовуючи цей метод при навчанні математики у закладах загальної середньої освіти можна змусити учня дивитись зовсім по-іншому на постановку задачі. Причому видозмінити задачу можна не один раз.

Нехай початкове формулювання задачі звучить так: довести, що середини основ трапеції, точка перетину діагоналей та точка перетину продовжень бічних сторін лежать на одній прямій. Виявляється, що пошук розв'язання задачі полегшується, якщо завдання сформулювати інакше: довести, що пряма, яка проходить через точку перетину діагоналей трапеції та точку перетину продовжень бічних сторін, поділяє основи трапеції навпіл. Завдання при цьому залишається тим самим, але нове формулювання підказує певний метод розв'язання.

Список літератури

- [1] G. Polya. How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method. – Princeton Science Li Edition, 2014.
- [2] G. Polya. Mathematical Discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving. – John Wiley & Sons, 1981.

Автори

Альона Вікторівна Кобзева — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: alena.kobzeva11@gmail.com

Диференціальні рівняння в шкільному курсі математики

Комаров Богдан Сергійович

Диференціальні рівняння мають важливе як теоретичне, так і практичне значення у загальній математичній освіті. Ця тема є фундаментом для багатьох розділів не лише математики, а й також слугує базою для глибокого вивчення хімії, фізики

та інших дисциплін. Особливість вивчення диференціальних рівнянь полягає в тому, що вони дозволяють моделювати процеси, що описуються певною залежністю між деякими величинами та швидкістю змін цих величин. Тому диференціальні рівняння достатньо повно описують різноманітні процеси.

Вивчення теми "Диференціальні рівняння" у шкільному курсі математики є цілком доречним, оскільки вона дозволяє показати учням елементарні методи математичного моделювання.

В роботі розглядалися питання доцільності вивчення цього напрямку математики школярами та підходу до навчання. Було запропоновано навчання розв'язанню виключно найпростіших диференціальних рівнянь на прикладах та задачах різного рівня складності. Також було розглянуто тему мотивації учнів випускних класів до вивчення поняття диференціальних рівнянь, їх моделювання та розв'язання. Визначення загального рівня навчальної мотивації старшокласників дає можливість намітити шляхи і форми роботи з учнями зі зниженим і середнім рівнем мотивації навчання з метою підвищення мотивації в процесі навчання.

У роботі було зроблено висновок, що розроблений план оволодіння теми "Диференціальні рівняння" в шкільному курсі математики має право на його застосування у реальній шкільній практиці, оскільки він певним чином сприяє підвищенню рівня навчання та інтересу учнів до предмету.

Список літератури

- [1] Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія. Підручник для 11 класів загальної середньої освіти / Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Х.: Гімназія, 2019
 - [2] Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: Монографія
-

Автори

Комаров Богдан — студент 2-го курсу магістратури, середня освіта, механіко-математичний факультет, Київський національний університет ім. Тараса Шевченка; E-mail: vervulf11@gmail.com

Позакласна робота при вивченні тригонометричних та трансцендентних функцій в закладах загальної середньої освіти

Левченко Ілона Сергіївна

Зважаючи на те, що тригонометричні та трансцендентні функції є важливими складовими математичної освіти, зокрема, у вивченні геометрії та алгебри, зазначену тему можна вважати актуальною для позакласної роботи учнів. В шкільній програмі на цю тему, на жаль, виділяється досить мало часу, що ускладнює повне розуміння матеріалу та вміння застосовувати здобуті знання на практиці. Ця проблема може бути вирішена шляхом проведення позакласної роботи з цієї теми, яка дозволить учням більш детально вивчити тригонометричні та трансцендентні функції, їх властивості та застосування. Така робота допоможе учням краще зрозуміти матеріал, а також розвинути навички самостійної роботи та пошуку додаткової інформації. Також варто зазначити, що позакласна робота з вивчення тригонометричних та трансцендентних функцій може бути цікавою та захоплюючою для учнів, оскільки вона дозволяє застосовувати математичні знання на практиці, вирішувати складні задачі та розвивати логічне мислення. Крім того, в процесі позакласної роботи можна використовувати різноманітні методи та прийоми, такі як група

робота, робота в парах, конкурсні завдання тощо, що сприяють залученню учнів до активної пізнавальної діяльності. В результаті, учні отримують не тільки нові знання, але й розвивають навички комунікації, співпраці та творчого мислення, що є важливими компетенціями в сучасному світі.

Список літератури

- [1] Математика 10 клас А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір 2018. Алгебра і початки аналізу та геометрія.
 - [2] Математика 10 клас О.С. Істер 2018. Алгебра і початки аналізу та геометрія.
 - [3] Математика 10 клас Г. П. Бевз, В. Г. Бевз 2011. Рівень стандарту
-

Автори

Левченко Ілона Сергіївна — студентка 2-го року магістратури, Механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: ilonaslevchenko@gmail.com

Аналіз деяких способів доведення класичних нерівностей та їх застосування

Назаренко Микола Олексійович, Любченко Валерія Олександрівна

Задачі на доведення нерівностей відрізняються різноманітністю і варіативністю методів їх розв'язання. Іноді результат можна одержати, виходячи з визначення основних властивостей нерівності; іноді корисно використати властивості відомої класичної нерівності. Деякі нерівності можна довести методом математичної індукції або за допомогою аналізу та оцінювання лівої і правої частин нерівності, або іншими способами [1].

Поняття класичної нерівності є досить неоднозначним, проте, в курсі математики, зокрема, нерівність Коші, нерівність Коші-Буняковського, нерівність Єнсена, нерівність трьох квадратів, нерівності між математичними середніми тощо, часто відносять до класичних. Класичні нерівності є важливим інструментом математичного аналізу та інших розділів математики і мають широке застосування для розв'язання задач як теоретичного, так і практичного змісту. Їх можна використовувати для оцінки точності чисельних методів, доведення стійкості систем керування, розв'язання задач оптимізації, вивчення поведінки фізичних систем і т.п.

В даному повідомленні наведена низка класичних нерівностей (нерівність Коші, нерівність Коші-Буняковського, нерівність Єнсена та ін.) і проаналізовано різні способи їх доведення. Зазначимо, що важливим моментом доведення нестрогих нерівностей є питання з'ясування їх точності, а саме, при яких значеннях змінної (змінних) нерівність стає рівністю.

Аналіз науково-методичної літератури, пов'язаний з нерівностями, показує, що велика увага приділяється розв'язуванню нерівностей та систем нерівностей, а їх доведення розглядається менш детально. Отже, дослідження деяких способів доведення класичних нерівностей та їх застосування є актуальним і потребує відповідної уваги.

Список літератури

- [1] Ушаков Р.П. Повторювальний курс математики: Посібник для учнів серед. закладів освіти / за ред. М.Й.Ядренка. – 2-ге вид. випр. і доп. – К.: Техніка, 2003. – 591 с.

Автори

Микола Олексійович Назаренко — доцент, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: nanazarenko@gmail.com

Валерія Олександрівна Любченко — студентка 1-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: valeria.lubchenko2001@gmail.com

Моделювання переслідування на площині

Мамедова Тиллагозель Ільясівна, Сукретна Анна Василівна

Результати тестування PISA з математики в Україні у 2018 році [1] свідчать про низьку кількість молоді, що, маючи базові знання, досягає високого рівня математичної компетентності. А саме, серед 64% школярів, що мають базові математичні знання, лише 6,25% демонструють високий рівень компетентності, у той час, як у країнах ОБСЕ цей відсоток складає 14,47%, у Німеччині – 16,46%, у Польщі – 18,82%. Однією з причин такої ситуації бачиться низька мотивація і зацікавленість здобувачів освіти. Тому особливо актуальним стає впровадження у навчальну діяльність тем, які б демонстрували застосування як елементарної, так і вищої математики при дослідженні актуальних практичних задач і моделюванні реальних процесів. При цьому слід пам'ятати, що матеріал, який пропонується учням, повинен бути цікавим і сприяти не тільки розширенню їх кругозору, але й кращому засвоєнню основних теоретичних понять, закономірностей тощо [2]. В якості однієї з таких прикладних задач розглядається задача переслідування [3]. Запропонована загальна класична постановка задачі, проведене повне її розв'язання для деяких окремих траєкторій втікача. Обрана задача має цікаву ігрову інтерпретацію та застосування у різноманітних прикладних сферах. Водночас, використані методи дослідження доступні для розуміння школярам, які вже вивчили теми "Похідна та її застосування" та "Інтеграл та його застосування". Підсумовучи результати досліджень, окреслено шляхи узагальнення задачі, що дає змогу учням отримати уявлення про такі сучасні розділи математики, як теорія оптимального керування та диференціальні ігри.

Список літератури

- [1] Programme for International Student Assessment (PISA). Results from PISA – 2018. Ukraine. <https://cutt.us/PISA2018ukr>
- [2] Загребельний С.Л. Формування у старшокласників інтересу до професії у процесі вивчення предметів фізико-математичного циклу: автореф. дис. канд. пед. наук. – Луганськ, 2006.
- [3] Paul J. Nahin. Chases and Escapes: The Mathematics of Pursuit and Evasion. – Princeton University Press, 2007.

Автори

Тиллагозель Ільясівна Мамедова — студентка 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: tyllagozel0308@gmail.com

Анна Василівна Сукретна — канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: sukretna.a.v@knu.ua

Застосування похідної для доведення деяких тригонометричних тотожностей

Назаренко Микола Олексійович, Якименко Юрій Сергійович

В курсі математики похідна має широке застосування для розв'язування великого спектру задач, а саме, дослідження монотонності, опуклості функцій, задачі на екстремум, доведення деяких нерівностей, тотожностей тощо.

В даному повідомленні продемонстровано досить цікавий підхід щодо доведення деяких тригонометричних тотожностей за допомогою похідної.

Відомо [1], що коли похідна деякої функції при всіх $x \in (a; b)$ дорівнює нулю, то ця функція є сталою на інтервалі $(a; b)$. Цей результат є простим наслідком із теореми Лагранжа про скінченний приріст [1].

Проілюструємо тепер доведення тотожності

$$\operatorname{arctg} x + \operatorname{arcctg} x = \frac{\pi}{2}, x \in R$$

за допомогою похідної.

Нехай $f(x) := \operatorname{arctg} x + \operatorname{arcctg} x$, $x \in R$. Тоді $f'(x) = \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2} = 0$, $x \in R$.

Отже, $f(x) = f(0) = \operatorname{arctg} 0 + \operatorname{arcctg} 0 = 0 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$, $x \in R$.

Аналогічним чином доводиться також тотожність

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}, |x| \leq 1.$$

Дійсно, нехай $g(x) := \arcsin x + \arccos x$, $|x| \leq 1$. Тоді $g'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 0$, $|x| < 1$, а значить $g(x) = g(0) = \arcsin 0 + \arccos 0 = 0 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$, $|x| < 1$. Крім того, зазначимо, що $g(-1) = g(1) = \frac{\pi}{2}$. Отже, тотожність доведена при всіх $|x| \leq 1$.

За допомогою похідної легко також довести основну тригонометричну тотожність та низку інших цікавих тотожностей, зокрема

$$\sin^2(x + \alpha) + \cos^2(x - \alpha) - \sin 2x \sin 2\alpha = 1, x \in R, \alpha \in R.$$

Список літератури

- [1] Дороговцев А. Я. Математичний аналіз: Підручник: У двох частинах. Частина 1.— К. : Либідь, 1993. — 320 с.

Автори

Микола Олексійович Назаренко — доцент, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: nanazarenko@gmail.com

Юрій Сергійович Якименко — студент 1-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: yura.yakymenko@ukr.net

Методика використання новітніх інтерактивних методів викладання теми «Похідна та її застосування»

Юлія Олександрівна Панасюк

Розглядаються методи та підходи викладання теми «Похідна та її застосування» у різних класах середньої школи на різних рівнях складності. Визначено оптимальні методи викладання та їх ефективність, які можуть сприяти підвищенню мотивації для використання сучасних технологій навчання та порівняння їх з традиційними методами викладання. Використання новітніх та інтерактивних методів викладання може допомогти викладачам ефективніше подати матеріал та полегшити процес засвоєння учнями даної теми. Інтерактивні методи, такі як використання інтерактивних дошок, віртуальних середовищ, рольових ігор, проблемно-орієнтованого навчання та інших методів можуть допомогти учням і студентам підвищити їхню мотивацію та інтерес до вивчення математики. Обговорення застосування теми «Похідна та її застосування» в різних галузях науки та техніки, таких як фізика, економіка, біологія та інші може зробити тему корисною для студентів, які можуть бачити практичне застосування матеріалу, який вони вивчають та дозволить їм стати більш конкурентоспроможними на ринку праці. Дослідження має на меті збільшити рівень усвідомлення та компетентності викладачів математики щодо використання сучасних методів та технологій, оцінити ефективність дистанційного викладання теми «Похідна та її застосування», використовувати новітні інтерактивні методів викладання математики.

Автори

Юлія Олександрівна Панасюк — студентка 3-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: juliapanasyuk1724@gmail.com

Застосування сучасних інформаційних технологій при навчанні дослідженню квадратних рівнянь та нерівностей з параметрами

Сеїдова Алтин Аннагулієвна

Сучасні технології можуть стати важливим інструментом для покращення процесу навчання математики та зробити цей процес більш цікавим і зрозумілим для учнів. Інтерактивні уроки, що використовують різноманітні сучасні програмні продукти, такі як Geogebra, PowerPoint, генератори завдань, можуть бути більш привабливими для учнів та допомогти їм краще зрозуміти матеріал. Особливо ефективним є поєднання цих технологій при проведенні уроків зі шкільної математики, зокрема при розгляді квадратних рівнянь та нерівностей з параметрами, де при аналізі задач можна спиратися на їх інтерактивну графічну інтерпретацію. Використання PowerPoint дозволяє вчителю створювати презентації з мультимедійними елементами, такими як фотографії, відео, зображення, анімація та графіки, які можуть бути використані для кращого розуміння матеріалу. Окрім цього презентації можуть також містити інтерактивні елементи, наприклад, документи, створені в Geogebra. В свою чергу, генератори завдань є зручним інструментом для створення різноманітних завдань для учнів. З їх допомогою можна легко згенерувати велику кількість різних варіантів завдань на задану тему. Окрім цього, генератори завдань можуть бути використані для створення різних типів завдань, що допоможуть учням більш ефективно закріпити матеріал та підготуватися до тестів.

Метою роботи є покращення викладання квадратних рівнянь та нерівностей з параметрами в загальноосвітніх школах. За мету було поставлено розробку зрозумілого і наочного алгоритму дослідження квадратних рівнянь та нерівностей з параметрами.

Було розроблено інтерактивну презентацію в PowerPoint із використанням Geogebra на тему дослідження квадратних рівнянь та нерівностей з параметрами. Окрім цього, використовуючи онлайн генератори завдань було згенеровано завдання для контрольної роботи на цю тему. Таким чином, в роботі було побудовано зрозумілий і наочний алгоритм дослідження квадратних рівнянь та нерівностей з параметрами. Отже, використання вищезгаданих інструментів в цілому та одержані практичні наробки дозволять суттєво зекономити час вчителю та значно підвищити ефективність процесу навчання.

Автори

Алтин Аннагулієвна Сеїдова — студентка 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: seyidowaaltyn772@gmail.com

AMPL–реалізація задачі про р-медіану і її застосування

Стасюк Іванна Русланівна

Розглядається задача про р-медіану, яка полягає у пошуку оптимальної кількості точок комутації так, аби відстань між об'єктами та точками комутації була мінімальною. Її сформульовано у вигляді задачі лінійного цілочислового програмування:

$$f^* = \min_n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

за обмежень

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j \in N, \sum_{i=1}^n x_{ii} = p, x_{ij} \leq x_{ii}, x_{ij} = 0 \vee 1, i, j \in N. \quad (2)$$

Ми розглянули задачу, яка є актуальною в Україні. Вітрова та сонячна енергетики стали одними з перспективних джерел відновлювальної енергії і є важливим напрямом енергозбереження. Зі збільшенням вироблення відновлювальної енергетики все гостріше постає питання, як та де накопичувати і зберігати цю енергію.

Постановка задачі. Нехай дано 50 найбільших СЕС та ВЕС України та їх географічні координати. Потрібно розмістити 6 накопичувачів та прикріпити до них найближчі електростанції таким чином, щоб відстань між ними була мінімальною. Тобто знайти оптимальні місця для розташування акумуляторних батарей.

Реалізуючи задачу на мові математичного програмування AMPL, ми отримувемо розв'язок у вигляді матриці суміжності між вершинами-електростанціями. На основі отриманої матриці для наглядності побудовано граф за допомогою програмного забезпечення Maple.

Таким чином, акумуляторні батареї розташовуємо на території отриманих 6 електростанцій, а до них уже прикріплюємо найближчі електростанції відповідно до отриманого розв'язку.

Список літератури

- [1] Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. – М.: Мир, 1978, 432с.
-

Автори

Стасюк Іванна Русланівна — студентка 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: ivankastasiuk@gmail.com

Використання сучасних інформаційних технологій як засобу розвитку пізнавальних інтересів учнів

Стефанська Жанна Володимирівна

Одним із викликів для сучасної освіти є проблема пізнавального інтересу учнів. Низький рівень пізнавального інтересу може негативно позначитися на якості навчання та навчальних досягненнях учнів. Метою даної роботи є аналіз використання сучасних інформаційних технологій на уроках математики для розвитку пізнавальних інтересів учнів. В умовах дистанційного навчання ця тема ще більше набуває своєї актуальності. Було проведено опитування серед учнів середньої школи для визначення рівню їх пізнавального інтересу на уроках з математики. Результати опитування показали, що учні розуміють важливість цієї дисципліни, але мають середній рівень зацікавленості у вивченні предмета. Здійснено експериментальне застосування цифрових освітніх ресурсів для підвищення пізнавального інтересу учнів. Реалізовано повторне опитування учнів для визначення ефективності застосованих інструментів. Результати показали, що застосування нових методів може підвищити пізнавальний інтерес. Розглянуто популярні інструменти і складено їх порівняльну характеристику з метою зробити процес навчання цікавішим, а оцінювання об'єктивним. Враховуючи результати дослідження складено методичні рекомендації по використанню сучасних інформаційних технологій на уроках математики.

Автори

Стефанська Жанна Володимирівна студентка 3-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна hannastefanska@knu.ua

Методика викладання математики в країнах ЄС та інноваційні напрямки математичної освіти

Ю. М. Ткаченко

У країнах Європейського союзу освіта – одна з тих сфер життя, що не має певної моделі, точніше, її ніхто не нав'язує, тому, кожна країна має право формувати свої освітні та екзаменаційні системи, спираючись на національні потреби та історичні освітні традиції. В даній роботі досліджуються та порівнюються ті самі системи. Спільною для всіх країн спільноти є тенденція запровадження стандарту, що увесь час удосконалюється аби відповідати динамічним вимогам часу. В першу чергу зміни стосуються предметного принципу структурування знань, що є традиційним

для Європи. Тепер він вважається малоефективним для формування проголошених метою середньої освіти в країнах ЄС компетентностей. Рішенням цієї ситуації вважають розробку освітніх стандартів на основі освітніх галузей. У більшості країн використовують різноманітні методи навчання. Оскільки результати досліджень свідчать про те, що широке розмаїття видів діяльності та методів може підвищити рівень навчання, це видається логічним підходом. Для більш ефективного навчання в країнах ЄС застосовують інноваційні форми навчання та методи оцінювання.

Автори

Юлія Михайлівна Ткаченко — студентка 3-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: julyatkachenko@knu.ua

**Київський національний університет
імені Тараса Шевченка**

**Матеріали XXI Міжнародної
науково-практичної конференції**

«Шевченківська весна – 2023»

14 квітня 2023 р., м. Київ, Україна

Taras Shevchenko National University of Kyiv

**Proceeding of XXI International
Scientific – Practical Conference**

«Shevchenkivska Vesna – 2023»

14 April 2023, Kyiv, Ukraine