

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Механіко-математичний факультет
кафедра теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана/директора
з навчальної роботи

Харитонов О.М.

серпень 2022 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ¹

Математика фінансів для студентів

галузь знань 11 математика та статистика
спеціальність 112 статистика
освітній рівень другий (магістр)
освітня програма Прикладна та теоретична статистика
вид дисципліни **обов'язкова**

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2022/2023
Семестр	2 магістратури
Кількість кредитів ECTS	5
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

Викладачі: Мішура Юлія Степанівна, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, Борисенко О.Д., кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики.

Продовжено: на 20__/20__ н.р. _____ (_____) «__» _____ 20__ р.
на 20__/20__ н.р. _____ (_____) «__» _____ 20__ р.

КИЇВ - 2022

¹ Робоча програма навчальної дисципліни є нормативним документом вищого навчального закладу і містить виклад конкретного змісту навчальної дисципліни, послідовність, організаційні форми її вивчення та їх обсяг, визначає форми та засоби поточного і підсумкового контролю.

Розробники²: Мішура Юлія Степанівна, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, Борисенко Олександр Данилович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики.

ЗАТВЕРДЖЕНО

Зав. кафедри *теор. ймовірн.,
статистики та акт. матем.*
Ю.С. (Мішура Ю.С.)

Протокол № 1 від «30» 02 2022 року

Схвалено науково - методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від «31» 08 2022 року № 1

Голова науково-методичної комісії *О.С.* (проф. Олійник А.С.)

«31» 08 2022 року

² Розробляється лектором. Робоча програма навчальної дисципліни розглядається на засіданні кафедри (циклової комісії – для коледжів), науково-методичної комісії факультету/інституту (раді навчального закладу - коледжу), підписується завідувачем кафедри (головою циклової комісії), головою науково-методичної комісії факультету/інституту (головою ради) і затверджується заступником декана/директора інституту з навчальної роботи (заступником директора коледжу).

ВСТУП

Навчальна дисципліна «Математика фінансів» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «магістр» у галузі знань 11 «Математика та статистика» зі спеціальності 112 «Статистика» освітньої програми «Прикладна та теоретична статистика».

Дана освітня компонента є обов'язковою.

Викладається у 2-му семестрі магістратури в обсязі 150 год. (5 кредитів ECTS³), в тому числі 28 годин лекцій, 14 годин практичних занять, 6 години консультацій та 102 години самостійної роботи. У курсі передбачено 2 *змістових модуля* та 2 *модульні контрольні роботи*. Завершується дисципліна – **іспитом**.

1. Мета дисципліни - вивчення студентами математичних моделей фінансових ринків, способів побудови справедливих цін для платіжних зобов'язань, та перевірки існування арбітражу.

2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:
Відсутні

3. Анотація навчальної дисципліни:

«Математика фінансів» включає в себе такі поняття.

- Випадкова ціна активу. Безризикові та ризикові активи. Одноперіодна модель ринку зі скінченим числом активів. Портфель інвестора. Капітал інвестора. Арбітражна можливість фінансового ринку.
- Міра, нейтральна до ризику. Еквівалентність відсутності арбітражу і існування міри, нейтральної до ризику.
- Платіжне зобов'язання. Опціони, пут-колл паритет. Закон однієї ціни.
- Справедливі ціни. Структура множини справедливих цін.
- Обчислення умовного прибутку.
- Досяжні платіжні зобов'язання. Повнота ринку.
- Фінансові ринки зі зліченим числом активів.
- Приклад безарбітражного і повного ринку. Ефект кратності опціонів.
- Фінансові ринки з випадковими початковими даними.
- Динамічна теорія арбітражу. Біноміальна модель. Граничний перехід. Формула Блека-Шоулса.

4. Завдання (навчальні цілі): формування здатності розв'язувати складні спеціалізовані математичні та статистичні задачі, що характеризується комплексністю і невизначеністю умов і передбачає застосування теоретико-ймовірнісних і статистичних методів; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх

³ кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

досягнень у математиці та статистиці, відповідно до освітнього рівня «Магістр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від статистики (ЗК-1);
- 2) здатність використовувати у професійній діяльності знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук (ЗК-2);
- 3) здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу (ЗК-3);
- 4) здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел, необхідної для розв'язування наукових і професійних завдань (ЗК-4);
- 5) здатність генерувати нові ідеї (ЗК-5);
- 6) здатність спілкуватися державною мовою і усно, і письмово (ЗК-8);
- 7) здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування (ЗК-10);
- 8) здатність критично оцінювати та переосмислювати власний і чужий досвід, аналізувати свою професійну й соціальну діяльність (ЗК-11).
- 9) Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та інноваційної діяльності у сфері статистики та її практичних застосувань (ФК-1);
- 10) Здатність застосовувати міждисциплінарні підходи при критичному осмисленні статистичних проблем (ФК-2).
- 11) Спроможність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси (ФК-4);
- 12) Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти (ФК-5);
- 13) Здатність доводити знання та власні висновки до фахівців та нефахівців (ФК-6);
- 14) Здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих статистичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань (ФК-8).
- 15) Здатність до самоосвіти та підвищення кваліфікації на основі інноваційних підходів у сфері статистики (ФК-10).

5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (1, знати; 2, вміти; 3, комунікація; 4, автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			
PH 1.1	Знати загальні засади функціонування фінансового ринку і ціноутворення в рамках випадковості, основні математичні моделі цін фінансових активів у дискретному і неперервному часі, зокрема мультиплікативну модель в дискретному і геометричний броунівський рух у неперервному часі.	<i>Лекція, практичне заняття</i>	<i>Іспит, письмові модульні контрольні роботи, оцінювання роботи на практичних заняттях, оцінювання виконання завдань для самостійної роботи</i>	5%
PH 1.2	Знати поняття капіталу і стратегії інвестора, формули для утворення капіталу в загальному випадку і у випадку самофінансованої стратегії, поняття арбітражу і безарбітражного ринку, зв'язок безарбітражності і фінансової рівноваги.			5%
PH 1.3	Знати основну теорему фінансової математики, що пов'язує відсутність арбітражу з наявністю мартингальних мір та закон однієї ціни.			10%
PH 1.4	Знати біноміальну модель, перехід від дискретного до неперервного часу, формулу та рівняння Блека-Шоулса для ціни європейського опціону купівлі.			10%
PH 1.5	Знати поняття повноти ринку та критерій повноти. Поняття та види платіжних зобов'язань, поняття досяжного платіжного зобов'язання, зокрема, досяжного опціону, дисконтування цін активів і капіталу. Засади оптимізації стратегії інвестора з точки зору можливих втрат і схильності до ризику, види функцій корисності.			10%

PH 2.1	Вміти визначати чи існує арбітраж на ринку. Вміти обчислювати реплікуючі стратегії для платіжних зобов'язань.	<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях іспит, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	20%
PH 2.2	Вміти визначати повноту ринків		<i>Контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях іспит, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	25%
PH 2.3	Вміти обчислювати справедливі ціни платіжних зобов'язань			5%
PH 3.1	Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування	<i>Практичне заняття</i>	<i>активна робота практичних заняттях, усні відповіді</i>	2.5%
PH 3.2	Вироблення навиків командної роботи	<i>Практичне заняття</i>	<i>активна робота практичних заняттях, усні відповіді</i>	2.5%
PH 4.1	Демонстрація авторитетності, інноваційність, високий ступінь самостійності, академічна та професійна доброчесність, послідовна відданість розвитку нових ідей або процесів у передових контекстах професійної та наукової діяльності.	<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Іспит, письмові модульні контрольні роботи, оцінювання роботи на практичних заняттях, оцінювання виконання завдань для самостійної роботи</i>	2.5%
PH 4.2	Відповідально ставитися до виконуваних робіт, нести відповідальність за їх якість			2.5%

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р
	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н
Програмні результати навчання	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	4	4	
ПРН-1 Знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти наук у сфері статистики	+	+	+	+	+								
ПРН-2 Відтворювати знання фундаментальних розділів статистики в обсязі, необхідному для володіння математичним та економічним апаратами відповідної галузі знань і використання статистичних методів у обраній професії	+	+	+	+	+	+	+	+			+		

ПРН-3 Володіти основами математичних дисциплін і економічних теорій, зокрема які вивчають моделі природничих і соціальних процесів	+	+	+	+	+	+	+	+				
ПРН-5 Уміти використовувати фундаментальні закономірності статистики у професійній діяльності						+	+	+	+	+	+	+
ПРН-6 Читати і розуміти фундаментальні розділи математичної та економічної літератури та демонструвати майстерність їх відтворення в аргументованій усній та письмовій доповіді	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	
ПРН-7 Доносити професійні знання, власні обґрунтування і висновки до фахівців і широкого загалу	+	+	+	+	+				+	+	+	+
ПРН-8 Ініціювати і проводити наукові дослідження у спеціалізованій області математичної статистики та розв'язувати задачі в інших галузях знань методами математичного та економічного моделювання.						+	+	+	+	+	+	+
ПРН-9 Інтегрувати знання з різних галузей для вирішення теоретичних та практичних задач і проблем	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	
ПРН-12 Бути наполегливим у досягненні мети під час вирішення математичної проблеми	+	+	+	+	+	+	+	+			+	+
ПРН-14 Усно й письмово спілкуватися рідною та англійською мовами в науковій, виробничій та соціально-суспільній сферах діяльності із професійних питань; читати спеціальну літературу; знаходити, аналізувати та використовувати інформацію з різних джерел	+	+	+	+	+	+	+	+	+			+
ПРН-15 Використовувати раціональні способи пошуку та використання науково-технічної інформації, включаючи засоби електронних інформаційних мереж; застосовувати інформаційні ресурси, у тому числі електронні, для пошуку відповідних математичних моделей	+	+	+	+	+	+	+	+			+	+

7. Схема формування оцінки

7.1. Форми оцінювання студентів:

- оцінювання впродовж навчального періоду:

- Активна робота на лекції, усні відповіді:* РН1.1,РН1.2,РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН3.1, РН3.2, РН4.1, РН4.2 – 18 балів/11 балів;
- Виконання завдань, винесених на самостійну роботу:* РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН4.1, РН4.2 – 6 балів/3 балів;
- Контрольна робота 1:* РН1.1, РН1.2, РН2.1 – 12 балів/7 балів;
- Контрольна робота 2:* РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН2.2 – 9 балів/5 балів;

5. Розв'язання задач на практичних заняттях: РН2.1, РН2.2, РН3.1, РН3.2, РН4.1, РН4.2 – 15 балів/9 балів;

Разом: 60/35

підсумкове оцінювання (у формі іспиту): форма іспиту – письмово-усна. Екзаменаційний білет іспиту містить 3 теоретичні питання - 0-5 балів за кожне, 2 задачі –0-10 балів за кожну. Усна відповідь – 0-5 балів

Всього – максимум 40 балів

- *результати навчання, які будуть оцінюватись:* РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН2.1, РН2.2, РН2.3.

- **умови допуску до підсумкового іспиту:** умовою допуску до іспиту є отримання студентом сумарно не менше, ніж *критично-розрахунковий мінімум 35 балів* за семестр. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів, ніж критично-розрахунковий мінімум 35 балів, для одержання допуску до іспиту обов'язково повинні написати на необхідну порогову кількість балів додаткову контрольну роботу за матеріалом відповідного семестру та доскладають домашні завдання для підвищення балів за виконання самостійної роботи.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2022),

https://www.knu.ua/pdfs/official/Polozhennia-pro-organizatsiyu-osvitniogo-procesu-11_04_2022.pdf

Організація оцінювання:

Оцінювання за формами контролю:

	<i>ЗМ1</i>		<i>ЗМ2</i>	
	<i>Min. – балів</i>	<i>Max. – балів</i>	<i>Min. – балів</i>	<i>Max. – балів</i>
Активність студента на заняттях і виконання ним самостійної роботи	11	19	12	20
Модульна контрольна робота 1	7	12		
Модульна контрольна робота 2			5	9

Орієнтований графік оцінювання:

	<i>Орієнтовний період для здійснення відповідної форма оцінювання</i>
Модульна контрольна робота 1	лютий
Модульна контрольна робота 2	кінець квітня-початок травня

Активність студента на заняттях і виконання ним самостійної роботи	середина травня
Добір балів/додаткова контрольна робота/доскладання домашніх завдань	травень
Іспит	червень

Розрахунок балів, які студент отримує при успішній здачі іспиту:

	Змістовий модуль 1	Змістовий модуль 2	іспит / залік	Підсумкова оцінка
<i>Мінімум</i>	18	17	25	60
Максимум	31	29	40	100

7.3. Шкала відповідності оцінок

Оцінка (за національною шкалою) / National grade	Рівень досягнень, % / Marks, %
Відмінно / Excellent	90-100%
Добре / Good	75-89%
Задовільно / Satisfactory	60-74%
Незадовільно / Fail	0-59%

8. Структура навчальної дисципліни. Тематичний план лекційних занять

№ п/п	Назва теми	Кількість годин		
		лекції	практичні	С/Р
Змістовий модуль 1. Одноперіодна модель ринку				
1	Одноперіодна модель ринку	4	2	14
2	Платіжні зобов'язання в одноперіодній моделі	6	4	18
3	Ринки з випадковими початковими даними	4	2	14
	<i>Модульна контрольна робота 1</i>	2		
Змістовий модуль 2. Багатоперіодні ринки				
4	Багатоперіодні ринки	2	2	14
5	Платіжні зобов'язання на багатоперіодних ринках	4	2	14
6	Біноміальна модель	4	1	14
7	Теорема Блека-Шоулса	4	1	14
	<i>Модульна контрольна робота 2</i>	2		
	ВСЬОГО	28	14	102

Загальний обсяг **150 год**, в тому числі:

Лекцій – **28 год**.

Практичні – **14 год**.

Самостійна робота – **102 год**.

Консультації і мкр – **6 год**.

9. Рекомендовані джерела:

Основні: (Базові)

1. Ю. С. Мішура, Г. М. Шевченко, Математика фінансів, Київ, ВПЦ Київського Університету. 350 р. - 2011
2. О. Борисенко, Ю. Мішура, В. Радченко, Г. Шевченко. Збірник задач з фінансової математики. Редакційно-видавничий центр Київського університету імені Тараса Шевченка, 250 р. – 2007
3. Yuliya Mishura. Financial Mathematics, Elsevier, 194 p. - 2016
4. Yuliya Mishura and Kostiantyn Ralchenko. Discrete-Time Approximations and Limit Theorems In Applications to Financial Markets. De Gruyter Series in Probability and Stochastics, 390 p. - 2021
5. H. Follmer, A. Schied. Stochastic finance, an introduction in discrete time, Gruyter, 2016.

Додаткові:

1. Пономаренко О.І. Фінансовий аналіз. Частина 1. Фінансова математика банківського сектора. - К.: ЕМЦ, 1999.
2. Hull J.C. Options, Futures and other Derivatives, 2nd ed. - Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993.
3. Mc Cutcheon J.J., Scott W.F. An introduction to the mathematics of finance. - Oxford: Heineman, 1986.
4. Antony M., Biggs N. Mathematics for economics and finance. - Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1995.