

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Голова Приймальної комісії  
ректора Київського національного університету  
імені Тараса Шевченка

Володимир БУГРОВ



ПРОГРАМА ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ

на здобуття ступеня вищої освіти – магістр (денна форма)

Освітній рівень – магістр

Галузь знань – 11 Математика та статистика

Спеціальність – 111 «Математика»

Освітньо-наукова програма – «Математика»

Київ – 2022


МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

«УХВАЛЕНО»

Вченою радою механіко-математичного  
факультету

протокол № 9 від 03 лютого 2022 року

Голова вченої ради механіко-математичного  
факультету

 проф. Оксана БЕЗУЩАК

ПРОГРАМА ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ

на здобуття ступеня вищої освіти – магістр (денна форма)

Освітній рівень – магістр

Галузь знань – 11 Математика та статистика

Спеціальність – 111 «Математика»

Освітньо-наукова програма – «Математика»

Київ – 2022

1. Математичний аналіз
  - 1) Поняття границі послідовності: числової, функцій (поточкова і рівномірна), елементів метричного простору.
  - 2) Неперервні та рівномірно неперервні функції. Типи розривів. Неперервність елементарних функцій.
  - 3) Похідна та диференціал функцій однієї та кількох змінних.
  - 4) Формула Тейлора з різними формами залишкових членів. Основні розклади.
  - 5) Інтеграл Рімана, умови його існування. Формула Ньютона – Лейбніца.
  - 6) Числові та функціональні ряди. Сума ряду, ознаки збіжності. Абсолютна збіжність. Рівномірна збіжність.
  - 7) Ряд Тейлора. Умови розкладу функції в ряд Тейлора. Основні розклади.
  - 8) Властивості суми функціонального ряду: теореми про неперервність, інтегровність, диференційовність.
  - 9) Теорема Банаха про стискаючі відображення.
  - 10) Необхідні й достатні умови диференційовності функцій кількох змінних.
  - 11) Достатні умови локального екстремуму функції кількох змінних.
  - 12) Формула зведення кратного інтеграла по брусу до повторного.
  - 13) Достатні умови збіжності ряду Фур'є в точці.
  - 14) Формула заміни змінних у кратному інтегралі.
  - 15) Формули Гріна, Гаусса – Остроградського, Стокса.
2. Теорія міри та інтеграла
  - 1) Конструкція міри Лебега.
  - 2) Вимірні функції. Критерій вимірності.
  - 3) Збіжність за мірою та збіжність майже всюди.
  - 4) Конструкція інтеграла Лебега.
  - 5) Теореми про граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.
3. Функціональний аналіз
  - 1) Банахові простори. Приклади.
  - 2) Гільбертів простір. Ортонормовані базиси. Загальний вигляд лінійного неперервного функціонала в гільбертовому просторі.
  - 3) Лінійні, неперервні, обмежені оператори. Норма оператора.
  - 4) Теорема Гана – Банаха.
  - 5) Теорема Банаха про обернений оператор.
  - 6) Принцип рівномірної обмеженості.
  - 7) Компактні оператори та теореми Фредгольма.
  - 8) Теорема про спектр компактного оператора.
4. Лінійна алгебра
  - 1) Матриці та дії над ними. Обернена матриця.
  - 2) Теорема про рівнопотужність баз у скінченновимірному векторному просторі.
  - 3) Теорема про ранг матриці.
  - 4) Визначники, їх властивості та застосування.
  - 5) Лінійні перетворення. Ранг і дефект лінійного перетворення.
  - 6) Формули зміни координат вектора і матриці лінійного перетворення при зміні бази.
  - 7) Жорданова нормальна форма лінійного оператора (матриці).
  - 8) Канонічний вигляд самоспряженого оператора в евклідовому просторі.
  - 9) Закон інерції дійсних квадратичних форм.
  - 10) Критерій Сильвестра.

5. Алгебра та теорія чисел
  - 1) Поняття групи та кільця. Гомоморфізми та ізоморфізми.
  - 2) Теорема Лагранжа про порядки групи та підгрупи.
  - 3) Дія групи на множині і лема Коші – Фробеніуса – Бернсайда.
  - 4) Основна теорема про гомоморфізм груп.
6. Аналітична геометрія
  - 1) Векторний та мішаний добуток векторів, вираз через координати векторів-співмножників.
  - 2) Взаємне розташування двох прямих (умова мимобіжності, паралельності, перетину, збігу).
  - 3) Головні напрями ліній другого порядку. Характеристичне рівняння. Канонічні рівняння ліній другого порядку.
  - 4) Канонічні рівняння поверхонь другого порядку в просторі.
  - 5) Зведення рівняння поверхні другого порядку до найпростішого вигляду.
  - 6) Інваріанти ліній другого порядку.
7. Диференціальна геометрія та топологія
  - 1) Тригранник Френе, кривина та скрут кривої.
  - 2) Формули Френе.
  - 3) Повна та середня кривина поверхні. Класифікація точок на поверхні. Теорема Гаусса про повну кривину поверхні.
  - 4) Аксиоми відомкременності. Регулярні та нормальні простори. Лема Урсона.
  - 5) Зв'язні простори та множини. Лінійна зв'язність.
  - 6) Скрізь щільні та ніде не щільні множини, критерії.
  - 7) Гомотопічні відображення і гомотопічна еквівалентність.
8. Диференціальні рівняння
  - 1) Задача Коші для диференціального рівняння першого порядку.
  - 2) Фундаментальна система розв'язків лінійного однорідного диференціального рівняння. Фундаментальна матриця лінійної однорідної системи.
  - 3) Побудова фундаментальної системи розв'язків лінійного однорідного рівняння зі сталими коефіцієнтами та лінійної однорідної системи зі сталою матрицею.
  - 4) Метод варіації довільних сталих розв'язання лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь довільного порядку та систем диференціальних рівнянь.
  - 5) Метод невизначених коефіцієнтів знаходження частинного розв'язку лінійного неоднорідного рівняння.
9. Варіаційне числення
  - 1) Знаходження екстремумів у скінченновимірних задачах з обмеженнями типу рівностей-нерівностей.
  - 2) Знаходження екстремумів у задачах Лагранжа, Больца та ізопериметричній задачі варіаційного числення.
10. Комплексний аналіз
  - 1) Поняття аналітичної функції в точці. Геометричний зміст модуля і аргументу похідної функції комплексної змінної. Конформні відображення.
  - 2) Класифікація аналітичних функцій за їх особливими точками: цілі функції, мероморфні функції. Теорема про мероморфну функцію.
  - 3) Теорема Коші про інтеграл від аналітичної функції.
  - 4) Основні поняття теорії аналітичного продовження.

- 5) Теорема про аналітичність суми степеневого ряду в крузі збіжності.
  - 6) Теорема Коші про лишки.
  - 7) Принцип симетрії Рімана – Шварца.
11. Рівняння математичної фізики
- 1) Постановки основних задач математичної фізики та їх фізичний зміст.
  - 2) Задача Штурма – Ліувілля. Основні властивості власних функцій та власних значень.
  - 3) Гармонічні функції та їх властивості.
  - 4) Поняття фундаментального розв'язку для рівняння теплопровідності.
  - 5) Функція Гріна неоднорідної крайової задачі Діріхле в крузі.
12. Теорія ймовірностей
- 1) Класичне та геометричне означення ймовірності.
  - 2) Умовна ймовірність. Незалежні випадкові події.
  - 3) Формула повної ймовірності та формула Байеса.
  - 4) Дискретні та абсолютно неперервні величини. Функція розподілу та її властивості.
  - 5) Обчислення математичного сподівання та дисперсії випадкової величини (дискретний та неперервний випадки).
  - 6) Незалежні випадкові величини. Математичне сподівання добутку та дисперсія суми незалежних величин.
13. Математична статистика
- 1) Оцінки та їх властивості (незміщеність, консистентність, асимптотична нормальність). Ефективні оцінки.
  - 2) Метод моментів побудови точкових оцінок.
  - 3) Метод максимальної вірогідності.