

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

«ЗАТВЕРДЖУЮ»



Голова Приймальної комісії  
ректора Київського національного університету  
імені Тараса Шевченка

Володимир БУГРОВ

**ПРОГРАМА ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ**

на здобуття ступеня вищої освіти – магістр (денна форма)

Освітній рівень – магістр

Галузь знань – 11 Математика та статистика

Спеціальність – 111 «Математика»


Освітньо-наукова програма – «Комп'ютерна математика»

Київ – 2022

**МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**«УХВАЛЕНО»**

Вченою радою механіко-математичного  
факультету  
протокол № 9 від 03 лютого 2022 року  
Голова вченої ради механіко-математичного  
факультету

 проф. Оксана БЕЗУЩАК

**ПРОГРАМА ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ**

на здобуття ступеня вищої освіти – магістр (денна форма)

Освітній рівень – магістр

Галузь знань – 11 Математика та статистика

Спеціальність – 111 «Математика»

Освітньо-наукова програма – «Комп'ютерна математика»

Київ – 2022

1. Математичний аналіз
  - 1) Поняття границі послідовності: числової, функцій (поточкова і рівномірна), елементів метричного простору.
  - 2) Неперервні та рівномірно неперервні функції. Типи розривів. Неперервність елементарних функцій.
  - 3) Похідна та диференціал функцій однієї та кількох змінних.
  - 4) Формула Тейлора з різними формами залишкових членів. Основні розклади.
  - 5) Інтеграл Рімана, умови його існування. Формула Ньютона – Лейбніца.
  - 6) Числові та функціональні ряди. Сума ряду, ознаки збіжності. Абсолютна збіжність. Рівномірна збіжність.
  - 7) Ряд Тейлора. Умови розкладу функції в ряд Тейлора. Основні розклади.
  - 8) Властивості суми функціонального ряду: теореми про неперервність, інтегровність, диференційовність.
  - 9) Теорема Банаха про стискаючі відображення.
  - 10) Необхідні й достатні умови диференційовності функцій кількох змінних.
  - 11) Достатні умови локального екстремуму функцій кількох змінних.
  - 12) Формула зведення кратного інтеграла по брусу до повторного.
  - 13) Достатні умови збіжності ряду Фур'є в точці.
  - 14) Формула заміни змінних у кратному інтегралі.
  - 15) Формули Гріна, Гаусса – Остроградського, Стокса.
2. Теорія міри та інтеграла
  - 1) Конструкція міри Лебега.
  - 2) Вимірні функції. Критерій вимірності.
  - 3) Збіжність за мірою та збіжність майже всюди.
  - 4) Конструкція інтеграла Лебега.
  - 5) Теореми про граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.
3. Функціональний аналіз
  - 1) Банахові простори. Приклади.
  - 2) Гільбертів простір. Ортонормовані базиси. Загальний вигляд лінійного неперервного функціонала в гільбертовому просторі.
  - 3) Лінійні, неперервні, обмежені оператори. Норма оператора.
  - 4) Теорема Гана – Банаха.
4. Лінійна алгебра
  - 1) Матриці та дії над ними. Обернена матриця.
  - 2) Теорема про рівнопотужність баз у скінченновимірному векторному просторі.
  - 3) Теорема про ранг матриці.
  - 4) Визначники, їх властивості та застосування.
  - 5) Лінійні перетворення. Ранг і дефект лінійного перетворення.
  - 6) Формули зміни координат вектора і матриці лінійного перетворення при зміні бази.
  - 7) Власні числа та власні вектори.
  - 8) Жорданова нормальна форма, діагоналізовані лінійні оператори.
  - 9) Квадратичні форми, зведення до канонічного вигляду.
  - 10) Канонічний вигляд самоспряженого оператора в евклідовому просторі.
  - 11) Закон інерції дійсних квадратичних форм.
  - 12) Критерій Сильвестра.

5. Алгебра та теорія чисел
  - 1) Поняття групи та кільця. Гомоморфізми та ізоморфізми груп і кілець.
  - 2) Класи суміжності. Нормальні підгрупи. Теорема Лагранжа про порядки скінченної групи та її підгрупи.
  - 3) Дія групи на множині, лема Коші – Фробеніуса – Бернсайда.
  - 4) Основна теорема про гомоморфізм груп.
  - 5) Кільця лишків. Теорема Ойлера.
  - 6) Системи конгруенцій з невідомою. Китайська теорема про остачі.
  - 7) Евклідові кільця, алгоритм Евкліда.
  - 8) Поля, прості поля, характеристика поля.
  - 9) Незвідні многочлени. Незвідність над полями дійсних та комплексних чисел. Ознака Айзенштайна.
  - 10) Прості розширення полів.
  - 11) Скінченні поля.
6. Аналітична геометрія
  - 1) Векторний та мішаний добуток векторів, вираз через координати векторів-співмножників.
  - 2) Взаємне розташування двох прямих (умови мимобіжності, паралельності, перетину, збігу).
  - 3) Головні напрями ліній другого порядку. Характеристичне рівняння. Канонічні рівняння ліній другого порядку.
  - 4) Інваріанти ліній другого порядку.
  - 5) Канонічні рівняння поверхонь другого порядку в просторі.
7. Диференціальна геометрія та топологія
  - 1) Тригранник Френе, кривина та скрут кривої.
  - 2) Формули Френе.
  - 3) Повна та середня кривина поверхні.
  - 4) Класифікація точок на поверхні. Теорема Гаусса про повну кривину поверхні.
  - 5) Зв'язні простори та множини. Лінійна зв'язність.
  - 6) Скрізь щільні та ніде не щільні множини, приклади.
8. Диференціальні рівняння
  - 1) Задача Коші для диференціального рівняння першого порядку.
  - 2) Фундаментальна система розв'язків лінійного однорідного диференціального рівняння. Фундаментальна матриця лінійної однорідної системи.
  - 3) Побудова фундаментальної системи розв'язків лінійного однорідного рівняння зі сталими коефіцієнтами та лінійної однорідної системи зі сталою матрицею.
  - 4) Метод варіації довільних сталих розв'язання лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь довільного порядку та систем диференціальних рівнянь.
  - 5) Метод невизначених коефіцієнтів знаходження частинного розв'язку лінійного неоднорідного рівняння.
9. Програмування, алгоритми і структури даних
  - 1) Поняття інформації, алгоритму та виконавця. Програми та програмування, компілятори та інтерпретатори. Лінійні програми у Python.
  - 2) Умови та умовні вирази у Python. Розгалуження (звичайне розгалуження, захищена команда, каскадне розгалуження). Розгалужені програми
  - 3) Поняття циклу та циклічної програми. Цикл з умовою продовження у Python, його властивості. Цикл по діапазону значень.
  - 4) Поняття типу даних. Складові частини типу даних. Цілий тип даних та дійсний

- тип даних у Python.
- 5) Рядки, списки, кортежі, словники у Python.
  - 6) Функції. Синтаксис та правило виклику функції у Python. Значення параметрів за угодою. Позиційні та ключові параметри. Змінна кількість параметрів функції.
  - 7) Означення модуля. Модулі у Python. Імпорт модулів та використання об'єктів модулів.
  - 8) Файли, текстові та нетекстові файли. Відкриття та закриття файлів, читання з файлу та запис у файл у Python.
  - 9) Визначення класів та об'єктів, наслідування. Синтаксис опису класів у Python. Створення та використання об'єктів класу у Python.
  - 10) Асимптотична оцінка складності алгоритмів.
  - 11) Хеш-таблиці. Реалізація. Застосування. Способи розв'язання колізій.
  - 12) Лінійні структури даних: стек, черга, дек. Реалізація. Застосування.
  - 13) Бінарні дерева. Реалізація. Обхід в ширину та глибину.
  - 14) Пошук у глибину та ширину на графі. Алгоритм, реалізація та аналіз складності.
  - 15) Пошук найкоротшого шляху у зваженому графі. Алгоритм Дейкстри.

#### 10. Комплексний аналіз

- 1) Поняття аналітичної функції в точці. Геометричний зміст модуля і аргументу похідної функції комплексної змінної. Конформні відображення.
- 2) Класифікація аналітичних функцій за їх особливими точками: цілі функції, мероморфні функції. Теорема про мероморфну функцію.
- 3) Теорема Коші про інтеграл від аналітичної функції.
- 4) Теорема про аналітичність суми степеневих рядів у крузі збіжності.
- 5) Теорема Коші про лишки.

#### 11. Дискретна математика та математична логіка

- 1) Біноміальні та поліноміальні коефіцієнти, поліноміальна теорема.
- 2) Формула включень-вилучень, кількість відображень різних типів між скінченими множинами, числа Стірлінга.
- 3) Лінійні рекурентні співвідношення, числа Фібоначчі, числа Каталана.
- 4) Скінченні графи. Лема про рукоятискання.
- 5) Шляхи в графах. Ойлерові графи, гамільтонові графи.
- 6) Дерева.
- 7) Булеві функції. Задання булевих функцій за допомогою досконалих диз'юнктивних та кон'юнктивних форм.
- 8) Тавтології та логічний наслідок для логіки висловлювань.
- 9) Предикати, дії над предикатами
- 10) Формули логіки предикатів, інтерпретації, загальнозначимі та виконливі формули.
- 11) Теорії першого порядку. Формальний вивід. Моделі.
- 12) Примітивно рекурсивні функції.

#### 12. Теорія ймовірностей

- 1) Класичне та геометричне означення ймовірності.
- 2) Умовна ймовірність. Незалежні випадкові події.
- 3) Формула повної ймовірності та формула Байеса.
- 4) Дискретні та абсолютно неперервні величини. Функція розподілу та її властивості.
- 5) Обчислення математичного сподівання та дисперсії випадкової величини (дискретний та неперервний випадки).
- 6) Незалежні випадкові величини. Математичне сподівання добутку та дисперсія суми незалежних величин.

13. Математична статистика

- 1) Оцінки та їх властивості (незміщеність, консистентність, асимптотична нормальність). Ефективні оцінки.
- 2) Метод моментів побудови точкових оцінок.
- 3) Метод максимальної вірогідності.