

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана
з навчальної роботи

Харитонов О.М.

«*серпень*» 2021 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Наближені обчислення у фінансовій математиці

для студентів

| | |
|------------------|---|
| галузь знань | 11 «Математика та статистика» |
| спеціальність | 112 «Статистика» |
| освітній рівень | другий (магістр) |
| освітня програма | «Прикладна та теоретична статистика» |
| вид дисципліни | вибіркова |

| | |
|--|-------------------|
| Форма навчання | денна |
| Навчальний рік | 2021/2022 |
| Семестр | 3 |
| Кількість кредитів ECTS | 3 |
| Мова викладання, навчання та оцінювання | українська |
| Форма заключного контролю | іспит |

Викладачі: Ральченко Костянтин Володимирович, д.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики

Пролонговано: на 20 /20 н.р. () « » 20 р.
на 20 /20 н.р. () « » 20 р.

КИЇВ – 2021

Розробник: Ральченко Костянтин Володимирович, д.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики.

ЗАТВЕДЖЕНО
Зав. кафедри
теорії ймовірностей,
статистики та актуарної математики
Мішура Ю.С.

Протокол № 1 від 31.08.2021 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від "31" 08 2021 року № 1

Голова науково-методичної комісії ОК професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.
(підпис)

1. **Мета дисципліни** – оволодіння сучасними методами, теоретичними положеннями та основними застосуваннями наближених методів до задач фінансової математики.

2. **Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:**

1. *Знати:* основи теорії ймовірностей та математичної статистики.
2. *Вміти:* працювати з випадковими величинами та процесами.
3. *Володіти елементарними навичками:* роботи на комп'ютері, програмування.

3. **Анотація навчальної дисципліни:**

Навчальна дисципліна «Наближені обчислення у фінансовій математиці» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «магістр» галузі знань 11 Математика та статистика зі спеціальності 112 Статистика освітньої програми «Прикладна та теоретична статистика».

Дана дисципліна є вибірковою. Дисципліна «Наближені обчислення у фінансовій математиці» включає в себе вивчення методів наближених обчислень та їх застосування до задач фінансової математики, пов'язаних з еволюцією цін активів, хеджуванням та ціноутворенням платіжних зобов'язань. Використовуються дискретні моделі (зокрема, біноміальні дерева), методи Монте-Карло, чисельні методи розв'язування детермінованих і стохастичних диференціальних рівнянь. У курсі передбачено програмування наближених та статистичних алгоритмів з використанням мови R.

Викладається у 3 семестрі в обсязі 90 год. (*3 кредити ECTS¹*) зокрема: *лекції – 14 год., консультації – 2 год., практичні заняття – 14 год., самостійна робота – 60 год.* У курсі передбачено 2 змістових модулі. Завершується дисципліна **іспитом**.

4. **Завдання (навчальні цілі):**

Формування здатності розв'язувати складні спеціалізовані задачі статистичного аналізу та практичні проблеми в галузі дослідження процесів і систем, які мають стохастичну природу, зокрема в економіці, фінансах, медицині, соціології, комп'ютерних науках, інтелектуальному аналізі даних, управлінні та контролі якості, наукових дослідженнях з фізики, хімії, біології; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці та статистиці, відповідно до освітнього рівня «Магістр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від статистики (ЗК-1);
- 2) Здатність використовувати у професійній діяльності знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук (ЗК-2);
- 3) Здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу (ЗК-3);
- 4) Здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел, необхідної для розв'язування наукових і професійних завдань (ЗК-4);
- 5) Здатність генерувати нові ідеї (ЗК-5);
- 6) Здатність спілкуватися державною мовою і усно, і письмово (ЗК-8);
- 7) Здатність спілкуватися іноземною мовою (ЗК-9);
- 8) Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування (ЗК-10);
- 9) Здатність критично оцінювати та переосмислювати власний і чужий досвід, аналізувати свою професійну й соціальну діяльність (ЗК-11);
- 10) Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері статистики та її практичних застосувань (ФК-1);
- 11) Спроможність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси (ФК-4);

¹ кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

- 12) Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти (ФК-5);
- 13) Здатність доводити знання та власні висновки до фахівців та нефахівців (ФК-6);
- 14) Здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих статистичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань (ФК-8);
- 15) Здатність до самоосвіти та підвищення кваліфікації на основі інноваційних підходів у сфері статистики (ФК-10).

5. Результати навчання за дисципліною:

| Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність) | | Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання | Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності) | Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни |
|--|--|--|---|--|
| Код | Результат навчання (Формуються розробником) | | | |
| РН 1.1 | Знати структуру та основні поняття моделі фінансового ринку з дискретним часом | <i>Лекція, самостійна робота</i> | <i>Іспит, активна робота на лекції, усні відповіді</i> | 5% |
| РН 1.2 | Знати структуру дифузійної моделі фінансового ринку та відповідні поняття теорії стохастичних диференціальних рівнянь | | | 10% |
| РН 1.3 | Знати граничні теореми, пов'язані з наближенням моделі ринку з неперервним часом дискретними моделями | | | 5% |
| РН 1.4 | Знати основні методи наближеного розв'язування нелінійних диференціальних рівнянь | | | 5% |
| РН 1.5 | Знати методи наближеного розв'язування стохастичних диференціальних рівнянь | | | 10% |
| РН 1.6 | Знати методи чисельного інтегрування, методи Монте-Карло та їхні основні застосування у фінансових обчисленнях | | | 10% |
| РН 2.1 | Вміти моделювати фінансові ринки з дискретним часом | <i>Практичне заняття, самостійна робота</i> | <i>Контрольна робота, іспит, активна робота на практичному занятті, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i> | 15% |
| РН 2.2 | Вміти обчислювати нейтральні до ризику ймовірності, мартингальні міри, породжувальну стратегію для платіжного зобов'язання, визначати множину безарбітражних цін | | | 15% |
| РН 2.3 | Вміти моделювати фінансові процеси з неперервним часом, розв'язувати відповідні стохастичні диференціальні рівняння наближеними методами | | | 10% |
| РН 2.4 | Вміти розраховувати вартість платіжних зобов'язань методами Монте-Карло | | | 10% |
| РН 3.1 | Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування | <i>Лекція, практичне заняття</i> | <i>Активна робота на лекціях і практичних заняттях, усні</i> | 2.5% |

| | | | | |
|--------|---|---|---|------|
| | | | <i>відповіді</i> | |
| РН 4.1 | Відповідально ставитися до виконуваних робіт, нести відповідальність за їх якість, дотримуватись академічної та професійної доброчесності | <i>Практичне заняття, самостійна робота</i> | <i>Контрольна робота, іспит, активна робота на практичному занятті, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i> | 2.5% |

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

| Результати навчання дисципліни | РН 1.1 | РН 1.2 | РН 1.3 | РН 1.4 | РН 1.5 | РН 1.6 | РН 2.1 | РН 2.2 | РН 2.3 | РН 2.4 | РН 3.1 | РН 4.1 |
|--|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Програмні результати навчання | | | | | | | | | | | | |
| ПРН-3-1 - Знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти наук у сфері статистики | + | + | + | + | + | + | | | | | | |
| ПРН-3-2 - Відтворювати знання фундаментальних розділів статистики в обсязі, необхідному для володіння математичним та економічним апаратами відповідної галузі знань і використання статистичних методів у обраній професії | + | + | + | + | + | + | | | | | | |
| ПРН-3-3 - Володіти основами математичних дисциплін і економічних теорій, зокрема які вивчають моделі природничих і соціальних процесів | + | + | + | + | + | + | | | | | | |
| ПРН-У-1 - Уміти використовувати фундаментальні закономірності статистики у професійній діяльності | | | | | | | + | + | + | + | + | + |
| ПРН-У-2 - Читати і розуміти фундаментальні розділи математичної та економічної літератури та демонструвати майстерність їх відтворення в аргументованій усній та/або письмовій доповіді | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + |
| ПРН-У-3 - Донести професійні знання, власні обґрунтування і висновки до фахівців і широкого загалу | + | + | | | | | + | + | + | + | + | + |
| ПРН-У-8 - Бути наполегливим у досягненні мети під час вирішення математичної проблеми | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + |
| ПРН-У-10 - Усно й письмово спілкуватися рідною та англійською мовами в науковій, виробничій та соціально-суспільній сферах діяльності із професійних питань; читати спеціальну літературу; знаходити, аналізувати та використовувати інформацію з різних джерел | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + |
| ПРН-У-11 - Використовувати раціональні | + | + | + | + | + | + | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---|---|
| способи пошуку та використання науково-технічної інформації в галузі статистики, включаючи засоби електронних інформаційних мереж; застосовувати інформаційні ресурси, у тому числі електронні, для пошуку відповідних математичних моделей | | | | | | | | | | | | | | |
| ПРН-У-12 - Дотримуватися норм етичної поведінки стосовно інших людей, адаптуватися та комунікувати (ПРН-У-12). | | | | | | | | | | | | | + | + |

7. Схема формування оцінки.

7.1. Форми оцінювання студентів:

- оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН1.6, РН3.1 – 10 балів / 5 балів;
 2. Активна робота на практичних заняттях: РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН3.1 – 15 балів / 9 балів;
 3. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН4.1 – 20 балів / 12 балів;
 4. Контрольна робота: РН2.1, РН2.2, РН4.1 – 15 балів / 9 балів;
- Разом має бути 60/35

- підсумкове оцінювання: іспит.

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;
- результати навчання, які будуть оцінюватись: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН1.6, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4;
- форма проведення і види завдань: письмова робота з усним опитуванням.

7.2. Організація оцінювання:

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною;

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма іспиту – письмово-усна. Екзаменаційний білет складається із 4 завдань, перші два з яких є теоретичними, два інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 8 балів. Додатково від 0 до 8 балів студент отримує за додаткові запитання на усному опитуванні. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів.

Терміни проведення форм оцінювання:

1. Контрольна робота: на 9-му тижні навчального періоду.

7.3. Шкала відповідності оцінок

| | |
|----------------------------------|--------|
| Відмінно / Excellent | 90-100 |
| Добре / Good | 75-89 |
| Задовільно / Satisfactory | 60-74 |
| Незадовільно / Fail | 0-59 |

8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

| теми | Назва теми | Кількість годин | | | | |
|--|---|-----------------|-------------------|----------------|------------------------|---------------------|
| | | Лекції | Практичні заняття | Самост. робота | Контр. модульна робота | Інші форми контролю |
| Змістовий модуль 1 „Моделі фінансових ринків” | | | | | | |
| 1 | Моделі фінансових ринків з дискретним часом. Біноміальна модель. | 4 | 4 | 16 | | |
| 2 | Моделі фінансових ринків з неперервним часом. Модель Блека – Шоулза | 4 | 4 | 16 | | |
| Змістовий модуль 2 „Наближені методи” | | | | | | |
| 5 | Методи Монте-Карло у фінансовій математиці | 2 | 2 | 12 | | |
| 4 | Наближене розв’язування стохастичних диференціальних рівнянь | 4 | 4 | 16 | 2 | |
| Всього годин за 2 семестр | | 14 | 14 | 60 | | |

**Загальний обсяг 90 годин, у тому числі:
лекції – 14 годин,
консультації – 2 години,
практичні заняття – 14 годин,
самостійна робота – 60 годин.**

9. Рекомендовані джерела

Основні:

1. Мішура Ю. С., Шевченко Г. М. Математика фінансів. К. : ВПЦ «Київський університет», 2011.
2. Мішура Ю. С., Ральченко К. В., Сахно Л. М., Шевченко Г. М. Випадкові процеси: теорія, статистика, застосування. К., ВПЦ «Київський університет», 2018.
3. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики : В 2-х т. М. : МЦНМО, 2016.
4. Kloeden P. E., Platen E., Schurz H. Numerical solution of SDE through computer experiments. Springer, 2003.
5. Mishura Y., Ralchenko K. Discrete-time approximations and limit theorems: In applications to

financial markets. De Gruyter, 2021.

Додаткові:

1. Бьорк Т. Теория арбитража в непрерывном времени. М. : МЦНМО, 2010.
2. Джекел П. Применение методов Монте-Карло в финансах. М. : Интернет-трейдинг, 2004.
3. Майборода Р. Є. Комп'ютерна статистика. ВПЦ «Київський університет», 2019.
4. Фёлльмер Г., Шид А. Введение в стохастические финансы. Дискретное время. М. : МЦНМО, 2008.
5. Brandimarte, P. Numerical methods in finance: a MatLab-based introduction, Wiley Series in Probability and Statistics, 2002.
6. Mishura Y. Financial mathematics. Elsevier, 2016.