

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана
з навчальної роботи

Харитонов О.М.

« 27 серпня » 2021 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Стохастичні диференціальні рівняння

для студентів

галузь знань **11 «Математика та статистика»**
спеціальність **112 «Статистика»**
освітній рівень **другий (магістр)**
освітня програма **«Прикладна та теоретична статистика»**
вид дисципліни **вибіркова**

Форма навчання **денна**
Навчальний рік **2021/2022**
Семестр **3**
Кількість кредитів ECTS **3**
Мова викладання, навчання
та оцінювання **українська**
Форма заключного контролю **іспит**

Викладачі: Кнопова В.П., докт.ф.-м.н., доцент кафедри теорії ймовірностей та актуарної математики

Пролонговано: на 20 /20 н.р. () « » 20 р.
на 20 /20 н.р. () « » 20 р.

КИЇВ – 2021

Розробник: Кнопова В.П., д.ф.м.н., доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики.

ЗАТВЕДЖЕНО
Зав. кафедри
теорії ймовірностей,
статистики та актуарної математики
Мішура Ю.С.

Протокол № 1 від 31.08.2021 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від "31" 08 2021 року № 1

Голова науково-методичної комісії Олійник А.С. професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.
(підпис)

Мета дисципліни – ознайомлення з методами розв’язання стохастичних диференціальних рівнянь із броунівським та пуассонівським шумами. Розглядаються теореми існування та єдиності сильного та слабких розв’язків, та методи їх знаходження. Також розглянуто застосування до практичних задач.

1. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:

1. *Знати:* основи теорії випадкових процесів.
2. *Вміти:* доводити основні результати з курсу “Теорія випадкових процесів”.
3. *Володіти елементарними навичками:* доведення граничних теорем із базового курсу теорії ймовірностей.

3. Анотація навчальної дисципліни:

Навчальна дисципліна «Стохастичні диференціальні рівняння» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «магістр» галузі знань 11 «Математика та статистика» зі спеціальності 112 «Статистика» освітньої програми «Прикладна та теоретична статистика»

Дана освітня компонента є вибірковою. Дисципліна «Стохастичні диференціальні рівняння» включає в себе математичну теорію процесів та розв’язків рівнянь із віневірським та пуассонівським шумом.

Викладається в 3-му семестрі в обсязі 90 год. (3 кредитів ECTS¹) зокрема: лекції – всього 14 год, практичних 14 год, консультації– 2 год, самостійна робота – 60 год. У курсі передбачено 2 змістових модулі та 2 модульні контрольні роботи. Завершується дисципліна іспитом в 3-му семестрі семестрі.

4. Завдання (навчальні цілі): формування здатності розв’язувати складні спеціалізовані математичні та статистичні задачі, що характеризується комплексністю і невизначеністю умов і передбачає застосування теоретико-ймовірнісних і статистичних методів; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці та статистиці, відповідно до освітнього рівня «магістр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від статистики (ЗК-1);
- 2) Здатність використовувати у професійній діяльності знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук (ЗК-2);
- 3) Здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу (ЗК-3);
- 4) Здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел, необхідної для розв’язування наукових і професійних завдань (ЗК-4);
- 5) Здатність генерувати нові ідеї (ЗК-5);
- 6) Здатність спілкуватися державною мовою і усно, і письмово (ЗК-8);
- 7) Здатність спілкуватися іноземною мовою (ЗК-9);
- 8) Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування (ЗК-10);
- 9) Здатність критично оцінювати та переосмислювати власний і чужий досвід, аналізувати свою професійну й соціальну діяльність (ЗК-11);

¹ кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

- 10) Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері статистики та її практичних застосувань (ФК-1);
- 11) Спроможність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси (ФК-4);
- 12) Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти (ФК-5);
- 13) Здатність доводити знання та власні висновки до фахівців та нефаківців (ФК-6);
- 14) Здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань (ФК-8);
- 15) Здатність до самоосвіти та підвищення кваліфікації на основі інноваційних підходів у сфері статистики (ФК-10).

5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання (Формуються розробником)			
РН 1.1	Знати основні властивості броунівського руху, процесу Пуассона. Властивості мартингалів та семі-мартингалів. Означення та властивості інтегралу по семі-мартингалу.	Лекція	Іспит, активна робота на лекції, усні відповіді	5%
РН 1.2	Знати методи розв'язання стохастичних диференціальних рівнянь із броунівським шумом.			10%
РН 1.3	Знати формулу Іто, теорему Гірсанова.			20%
РН 2.1	Вміти розв'язувати стохастичні диференціальні рівняння із броунівським шумом	Лекція	Контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях іспит, виконання завдань, винесених на самостійну роботу	15%
РН 2.2	Вміти доводити існування та єдиність сильного та слабого розв'язку стохастичного диференціального рівняння із броунівським шумом			15%
РН 2.3	Вміти досліджувати асимптотичну поведінку стохастичних моделей із броунівським рухом			10%
РН 2.4	Вміти будувати розв'язки рівнянь із пуассонівським шумом.			10%

			самостійну	
РН 3.1	Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування	Лекція	активна робота практичних заняттях, усні відповіді	5%
РН 4.1	Демонстрація авторитетності, інноваційність, високий ступінь самостійності, академічна та професійна доброчесність, послідовна відданість розвитку нових ідей або процесів у передових контекстах професійної та наукової діяльності.	Практичне заняття, самостійна робота	Виступ з доповіддю за темою наукового дослідження	5%
РН 4.2	Відповідально ставитися до виконуваних робіт, нести відповідальність за їх якість	Практичне заняття, самостійна робота	Виступ з доповіддю за темою наукового дослідження	5%

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни	Програмні результати навчання												
	РН 1.1	РН 1.2	РН 1.3	РН 1.4	РН 1.5	РН 2.1	РН 2.2	РН 2.3	РН 2.4	РН 3.1	РН 4.1	РН 4.2	
ПРН-3-1 Знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти наук у сфері статистики.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ПРН-3-2 Відтворювати знання фундаментальних розділів статистики в обсязі, необхідному для володіння математичним та економічним апаратами відповідної галузі знань і використання статистичних методів у обраній професії.	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+	
ПРН-3-3 Володіти основами математичних дисциплін і економічних теорій, зокрема які вивчають моделі природничих і соціальних процесів	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+	
ПРН-У-1 Уміти використовувати фундаментальні закономірності статистики у професійній діяльності	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+	
ПРН-У-2 Читати і розуміти фундаментальні розділи математичної та економічної літератури та демонструвати майстерність їх відтворення в аргументованій усній та/або письмовій доповіді	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+	
ПРН-У-3 Доносити професійні знання,	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+	

власні обґрунтування і висновки до фахівців і широкого загалу														
ПРН-У-8 Бути наполегливим у досягненні мети під час вирішення математичної проблеми	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			+	+
ПРН-У-10 Усно й письмово спілкуватися рідною та іноземною мовами в науковій, виробничій та соціально-суспільній сферах діяльності із професійних питань; читати спеціальну літературу; знаходити, аналізувати та використовувати інформацію з різних довідкових джерел	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+			+	+
ПРН-У-11 Використовувати раціональні способи пошуку та використання науково-технічної інформації в галузі статистики, включаючи засоби електронних інформаційних мереж; застосовувати інформаційні ресурси, у тому числі електронні, для пошуку відповідних математичних моделей	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ПРН-У-12 Дотримуватися норм етичної поведінки стосовно інших людей, адаптуватися та комунікувати	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

7. Схема формування оцінки.

7.1. Форми оцінювання студентів:

- оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: РН1.1,РН1.2,РН1.3, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН3.1, РН4.2 – 18 балів/11 балів;
2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: РН2.1, РН2.2, РН4.1, РН4.2 – 6 балів/3 бали;
3. Контрольна робота 1: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН2.1, РН2.2, РН4.1, РН4.2 – 12 балів/7 балів;
4. Контрольна робота 2: РН2.3, РН2.4, РН4.1, РН4.2 – 9 балів/5 балів;
6. Розв'язання задач на практичних заняттях: РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4. РН3.1, РН4.1, РН4.2 – 15 балів/9 балів;

- підсумкове оцінювання: іспит.

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;
- результати навчання, які будуть оцінюватись: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН4.1, РН4.2.
- форма проведення і види завдань: письмова робота.

7.2. Організація оцінювання:

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються

рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною;

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма іспиту в кожному семестрі – письмово-усна. Екзаменаційний білет складається із 5 завдань, перші три з яких є теоретичними, два інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 7 балів. Додатково від 0 до 5 балів студент отримує за усне опитування. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів.

Терміни проведення форм оцінювання:

1. Контрольна робота 1: на 6-му тижні навчального періоду.
2. Контрольна робота 2: на 12-му тижні навчального періоду.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

7.3. Шкала відповідності оцінок

Відмінно / Excellent	90-100
Добре / Good	75-89
Задовільно / Satisfactory	60-74
Незадовільно / Fail	0-59

8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

теми	Назва теми	Кількість годин				
		Лекції	Практичні заняття	Самост. робота	Контр. модульна робота	Інші форми контролю
Змістовий модуль 1 Моделювання розв’язків СДР із броунівським рухом”						
1	Властивості броунівського руху, побудова інтегралу Іто, СДР із броунівським шумом.	4	4	15		
2	Теорема про існування сильного та слабого розв’язків	4	4	15	2	
Змістовий модуль 2 Моделювання розв’язків СДР із пуассонівським рухом.”						

1	Дослідження асимптотичної поведінки розв'язків СДР із вінерівським шумом.	4	4	17		
2	Приклади застосувань	2	2	15	2	
Всього годин за I семестр		14	14	60	4	

ЗА НАВЧАЛЬНИМ ПЛАНОМ

Загальний обсяг 90 годин, у тому числі:
лекції – 14 годин,
практичні – 14 години
самостійна робота—60 годин,
консультації – 2 години.

Рекомендовані джерела

1. R. Schilling, L. Partzsch, B. Böttcher *Brownian Motion: An Introduction to Stochastic Processes* (De Gruyter Textbook). 2012.
2. Ph. Protter. *Stochastic Integration and Differential Equations*. Springer, 2008.
3. Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. *Теория вероятностей и математическая статистика*. – Киев, Выща школа, 1988. – 439 с.

Додаткові:

1. Турчин В.М. *Теорія ймовірностей і математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі*. – Дніпропетровськ, Видавництво ДНУ, 2006. – 475 с.
2. Карташов М.В. *Імовірність, процеси, статистика*. – ВПЦ «Київський університет», 2007.- 494 с.