

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Механіко-математичний факультет  
Кафедра теоретичної та прикладної механіки



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
Теорія фракталів

для студентів

галузь знань	11 «Математика та статистика»
спеціальність	113 «Прикладна математика»
освітній рівень	другий (магістерський)
освітньо-наукова програма	«Комп'ютерна механіка»
вид дисципліни	вибіркова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2020/2021
Семестр	3
Кількість кредитів ECTS	3
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	залік

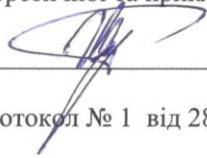
**Викладач:** Маципура Володимир Тимофійович, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри теоретичної та прикладної механіки

Пролонговано: на 2021/2022 н.р. О. Харитонов О.М. «31» Серпень 2024 р.  
на 20\_\_/20\_\_ н.р. (\_\_\_\_\_) «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

КИЇВ – 2021

**Розробник:** Маципура Володимир Тимофійович, доктор фізико-математичних наук,  
професор, професор кафедри теоретичної та прикладної механіки

ЗАТВЕРДЖЕНО  
Зав. кафедри  
теоретичної та прикладної механіки

  
Жук Я.О.

Протокол № 1 від 28 серпня 2020 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від «31» серпня 2020 року № 1

Голова науково-методичної комісії  професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.

«31» серпня 2020 року

**1. Мета дисципліни** «Теорія фракталів» ознайомлення студентів з ідеями та поняттями фрактальної геометрії та їх застосовуванні у фізиці, металознавстві, медицині та інших областях. Особливу увагу присвячено застосуванню обчислювальної техніки, адже становлення науки про фрактали стало можливим завдяки інтенсивному її розвитку.

**2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:**

1. *Знати:* основні поняття теорії дійсної і комплексної змінної, теорії ймовірностей.
2. *Вміти:* розв'язувати алгебраїчні рівняння.
3. *Володіти елементарними навичками:* написання програм для ЕОМ і роботі з комп'ютером.

**3. Анотація навчальної дисципліни:**

Навчальна дисципліна «Теорія фракталів» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «магістр» в галузі знань – 11 «Математика та статистика», спеціальності – 113 «Прикладна математика», освітньої програми – «Комп'ютерна механіка».

Дисципліна націлена на розвиток креативності магістрів при вивченні фрактальної геометрії. В ній розглянуті питання, котрі пов'язані з історією становлення теорії фракталів як науки, використанню фрактальних множин в різних сферах людської діяльності, побудові фрактальних множин за допомогою програм для ЕОМ, створенням художніх композицій. Курс складається з *двох змістових модулів*. *Перший* присвячений ознайомленню з поняттями фракталу, фрактальної розмірності, програмуванням фракталів. *Другий* – присвячений дослідженню і побудові фрактальних множин на комплексній площині, зв'язку фракталів і хаосу.

Дана дисципліна є вибірковою.

Викладається у 3 семестрі 2 курсу в обсязі **90 год. (3 кредити ECTS<sup>1</sup>)** зокрема: лекції – 28 год., консультації – 2 год., самостійна робота – 60 год. У курсі передбачено 2 змістових модулі та модульна контрольна робота. Завершується дисципліна **заліком**.

**4. Завдання (навчальні цілі):**

ознайомлення студентів з: математичною термінологією фрактального підходу, котрий являє собою спеціалізовану систему виявлення тонкої структури складного об'єкту, самоподібністю, як математичним поняттям і природним явищем; формування здатності розв'язувати складні задачі та практичні проблеми, котрі пов'язані з фрактальними явищами, що передбачає застосування теорій та методів математики, теорії фракталів і характеризується наявністю знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у фрактальній геометрії, відповідно до освітнього рівня «Магістр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

---

<sup>1</sup> кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам

- 1) Здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від хвилевої механіки (ЗК-1);
- 2) Здатність використовувати у професійній діяльності знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук (ЗК-2);
- 3) Здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу (ЗК-3);
- 4) Здатність спілкуватися державною мовою і усно, і письмово (ЗК-8);
- 5) Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування (ЗК-10);
- 6) Здатність критично оцінювати та переосмислювати власний і чужий досвід, аналізувати свою професійну й соціальну діяльність (ЗК-11);
- 7) Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері прикладної математики і комп'ютерної механіки та їх практичних застосувань (ФК-1);
- 8) Спроможність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси (ФК-4);
- 9) Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти (ФК-5);
- 10) Здатність доводити знання та власні висновки до фахівців та нефаківців (ФК-6);
- 11) Здатність самостійно розробляти проекти шляхом творчого застосування існуючих та генерування нових ідей прикладної та теоретичної механіки та механіки суцільних середовищ (ФК-7);
- 12) Здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань (ФК-8);
- 13) Здатність до самоосвіти та підвищення кваліфікації на основі інноваційних підходів у сфері прикладної математики (ФК-10);
- 14) Володіння знаннями та здатність ініціювати й проводити наукові дослідження у спеціалізованій області прикладної математики (ФК-12).

## 5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (1.- знати; 2.- вміти; 3.- комунікація; 4.- автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумков ій оцінці з дисциплін и
Код	Результат навчання			
PH 1.1	Знати поняття фракталу, фрактальної розмірності, вміти обчислити фрактальні розмірності відомих фракталів (сніжинка Коха, серветка Серпінського та інші).	Лекція	Модульна контрольна робота (60% правильних відповідей), залік, активна робота на лекціях, усні відповіді	18%
PH 1.2	Знати метод СІФ - система ітерованих функцій. Знати детермінований алгоритм реалізації СІФ і метод випадкових ітерацій.			12%
PH 1.3	Знати особливості фрактальних структур, котрі утворюються при використанні алгоритму Ньютона в задачі наближеного знаходження коренів рівнянь на комплексній площині.		Залік, активна робота на лекціях, усні відповіді	7%
PH 2.1	Вміти реалізувати два алгоритми побудови множин Жюліа (методи прямих і обернених ітерацій).	Лекція, самостійн а робота	Модульна контрольна робота (60% правильних відповідей), залік, виконання завдань винесених на самостійну роботу	23%
PH 2.2	Вміти будувати за допомогою ЕОМ фрактальні структури на площині, використовуючи певний алгоритм побудови. Вміти будувати алгоритм визначення фрактальної розмірності лінії на площині.			15%
PH 3.1	Здатність обґрунтовувати власний погляд на задачу та формулювати робочі гіпотези, спілкуватися з колегами з питань застосування математичних методів та теорій	Лекція	Активна робота на лекціях, усні відповіді	5%
PH 3.2.	Вироблення навиків командної роботи			5%
PH 4.1	самостійно шукати та критично опрацьовувати літературу із відповідних досліджень, вільно володіти методами обробки, аналізу та синтезу наукової інформації	Самостійн а робота	Виконання завдань, винесених на самостійну роботу	5%
PH 4.2	виробляти критичне відношення до існуючих варіантів інтерпретації і вирішення моральних дилем, морально-професійних і морально-психологічних			5%

	проблем і конфліктів, в сучасних практиках професійної і корпоративної діяльності; формувати власні підходи до вирішення даної проблематики			
PH 4.3	усвідомлювати відповідальність за достовірність, об'єктивність та політико-ідеологічну незаангажованість отриманих висновків стосовно проведених досліджень і пояснень щодо аналізу професійних і корпоративних культур			5%

## 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Програмні результати навчання \ Результати навчання дисципліни	РН 1.1	РН 1.2	РН 1.3	РН 2.1	РН 2.2	РН 3.1	РН 3.2	РН 4.1	РН 4.2	РН 4.3
<b>КС-1.</b> Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій фундаментальної та прикладної математики і використовувати їх на практиці;	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>КС-2.</b> Володіти основними положеннями та методами механіки, чисельними методами, методами дослідження операцій, методами комп'ютерного моделювання;	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>КС-4.</b> Поєднувати методи математичного та комп'ютерного моделювання з неформальними процедурами експертного аналізу для пошуку оптимальних рішень.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>КС-5.</b> Будувати ефективні щодо точності обчислень, стійкості, швидкодії та витрат системних ресурсів алгоритми для чисельного дослідження математичних моделей та розв'язання практичних задач;	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>КС-7.</b> Уміти застосовувати сучасні технології програмування та розроблення програмного забезпечення, програмної реалізації чисельних і символьних алгоритмів.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>КС-9.</b> Використовувати в практичній роботі спеціалізовані програмні продукти та програмні системи комп'ютерної механіки.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ЦМС-1.</b> Виявляти здатність до само-навчання та професійного розвитку;								+	+	+
<b>ЦМС-2.</b> Уміти організувати власну діяльність та одержувати результат у рамках обмеженого часу;						+	+	+	+	+
<b>ЦМС-4.</b> Уміти здійснювати збір, опрацювання, аналіз, систематизацію науково-технічної інформації, уникаючи при цьому плагіату;								+	+	+
<b>ЦМС-5.</b> Ефективно спілкуватися з питань інформації, ідей, проблем та рішень зі спеціалістами та суспільством загалом;						+	+			
<b>ЦМС-7.</b> Демонструвати навички професійного спілкування, включаючи усну та письмову комунікацію українською мовою та принаймні ще однією з поширених європейських мов.						+	+			

## 7. Схема формування оцінки.

### 7.1. Форми оцінювання студентів:

#### - оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН3.1, РН3.2  
– 20 балів/11 балів;
2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: РН2.1, РН2.2, РН4.1–РН4.3  
– 20 балів/12 бали;
3. Модульна контрольна робота: РН1.1, РН1.2, РН2.1 – 20 балів/12 балів;  
Разом має бути 60 балів/35 балів;

#### - підсумкове оцінювання: залік.

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;
- результати навчання, які будуть оцінюватись: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН2.1, РН2.2;
- форма проведення і види завдань: письмова робота та усна співбесіда.

### 7.2. Організація оцінювання:

Активна робота на лекціях передбачає присутність на лекції, уважне прослуховування лекційного матеріалу, відповіді на питання, що задаються лектором під час лекції, задання питань лектору з метою роз'яснення матеріалу, участь в дискурсах, що ініціюються лектором, чи слухачами на протязі лекції, коментування матеріалу лекції та оцінка якості донесення матеріалу лектором.

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Студенти, які набрали впродовж семестру та за рахунок додаткових етапів оцінювання сумарно меншу кількість балів ніж критично-розрахунковий мінімум – **20** балів, до складання заліку не допускаються.

#### Терміни проведення форм оцінювання:

1. Модульна контрольна робота: на 8-му тижні семестру.
2. Оцінювання завдань самостійної роботи  
за РН2.1 на 7-му тижні,  
за РН2.2 на 11-му тижні семестру.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма заліку – письмово-усна. Заліковий білет складається із 3 завдань, перші два з яких є теоретичними, а третє — задача. Теоретичні завдання оцінюються від 0 до 9 балів кожне, практичні завдання оцінюються від 0 до 15 балів кожне. Додатково від 0 до 7 балів студент отримує за усне опитування. Всього за залік можна отримати від 0 до 40 балів. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали.

### 7.3. Шкала відповідності для заліку

<b>Зараховано / Passed</b>	<b>60-100</b>
<b>Не зараховано / Fail</b>	<b>0-59</b>



## 8. Структура навчальної дисципліни. Тематичний план лекційних занять

№ п/п	Назва теми	Лекції	Самостійна робота
1	<b>Фрактали</b>	6	20
2	<b>Система ітерованих функцій – СІФ</b>	6	10
3	<b>Дослідження і побудова фракталів на комплексній площині</b>	8	10
4	<b>Фрактали і хаос</b>	8	20
	<b>Всього</b>	28	60

**Загальний обсяг 90 год.**, у тому числі:

Лекцій – 28 год.

Консультацій – 2 год.

Самостійної роботи – 60 год.

## 9. Рекомендовані джерела:

### Основні:

1. Гринченко В. Т., Мацьпура В. Т., Снарский А. А. Фракталы: от удивления к рабочему инструменту. – Киев : Наукова думка, 2013. – 270 с.

2. Божокин С. В., Паршин Д. А. Фракталы и мультифракталы. – Ижевск : НИЦ «РХД», 2001. – 128 с.

3. Кроновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. – М. : Постмаркет, 2000. – 350 с.

4. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М. : Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.

### Додаткові:

5. Голдбергер Э., Ригни Д., Уэст Б. Хаос и фракталы в физиологии человека // В мире науки. – 1990. – № 4. – С. 25–32.

6. Пайтген Х.-О., Рихтер П. Х. Красота фракталов. – М. : Мир, 1993. – 176 с.

7. Федер Е. Фракталы. – М. : Мир, 1991. – 260 с.

8. Юргенс Х., Пайтген Х.-О., Заупе Д. Язык фракталов // В мире науки. – 1990. – № 10. – С. 36–44.

9. Долбилин Н. Игра «Хаос» и фракталы // Квант. – 1997. – № 4. – С. 2–8.

10. Долбилин Н. Множество Жюлиа // Квант. – 2008. – № 1. – С. 9–14.

11. Дьюдни А. К. Множество Мандельброта и родственные ему множества Жюлиа // В мире науки. – 1988. – № 1. – С. 88–92.

12. Пайтген Х.-О., Рихтер П. Х. Красота фракталов. – М. : Мир, 1993. – 176 с.

13. Соколов И. М. Фракталы // Квант. – 1985. – № 5. – С. 6–13.

14. Сугаков В. Й. Основы синергетики. – Київ : Обереги, 2001. – 287 с.