

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана
з навчальної роботи

Харитонов О.М.

серпень 2021 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Оптимальне стохастичне керування

в актуарній математиці

для студентів

галузь знань	11 «Математика та статистика»
спеціальність	111 «Математика»
освітній рівень	другий (магістр)
освітня програма	«Актуарна та фінансова математика»
вид дисципліни	вибіркова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2021/2022
Семестр	3
Кількість кредитів ECTS	4
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

Викладачі: Ральченко Костянтин Володимирович, д.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики

Пролонговано: на 20 /20 н.р. () « » 20 р.
на 20 /20 н.р. () « » 20 р.

КИЇВ – 2021

Розробник: Ральченко Костянтин Володимирович, д.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики.

ЗАТВЕДЖЕНО
Зав. кафедри
теорії ймовірностей,
статистики та актуарної математики
Мішура Ю.С.

Протокол № 1 від 31.08.2021 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від "31" 08 2021 року № 1

Голова науково-методичної комісії Олійник А.С. професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.
(підпис)

1. Мета дисципліни – оволодіння сучасними методами й теоретичними положеннями теорії оптимального стохастичного керування та її основними застосуваннями до задач актуарної та фінансової математики.

2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:

1. *Знати*: основи математичного аналізу, теорії ймовірностей, теорії випадкових процесів, математичної економіки.
2. *Вміти*: розв'язувати базові задачі з теорії ймовірностей та теорії випадкових процесів.
3. *Володіти елементарними навичками* роботи з випадковими величинами і процесами, умовними ймовірностями і математичними сподіваннями, стохастичними інтегралами.

3. Анотація навчальної дисципліни:

Навчальна дисципліна «Оптимальне стохастичне керування в актуарній математиці» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «магістр» галузі знань 11 Математика та статистика зі спеціальності 111 Математика освітньої програми «Актуарна та фінансова математика».

Дана дисципліна є вибірковою. Дисципліна «Оптимальне стохастичне керування в актуарній математиці» вивчає задачі оптимального стохастичного керування системами з випадковими факторами, які описуються за допомогою багатовимірних стохастичних диференціальних рівнянь та застосовуються, зокрема, для математичного моделювання актуарних, фінансових та економічних процесів. Розглядаються теорія і методи оптимального керування із застосуваннями до оптимізаційних задач актуарної математики.

Викладається у 3 семестрі в обсязі 120 год. (**4 кредити ECTS¹**) зокрема: *лекції – 38 год., консультації – 2 год., самостійна робота – 80 год.* У курсі передбачено 2 змістових модулі, 1 модульну контрольну роботу та виконання 2 індивідуальних самостійних завдань. Завершується дисципліна **іспитом**.

4. Завдання (навчальні цілі):

Формування здатності застосувати математичні та статистичні методи до розв'язання практичних задач сучасного управління ризиками та фінансовими невизначеностями, прийняття фінансових рішень в таких галузях, як страхування, банківський та інвестиційний сектор економіки, пенсійне забезпечення, фінансовий консалтинг; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці та статистиці, відповідно до освітнього рівня «Магістр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики (ЗК-1);
- 2) Здатність використовувати у професійній діяльності знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук (ЗК-2);
- 3) Здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу (ЗК-3);
- 4) Здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел, необхідної для розв'язування наукових і професійних завдань (ЗК-4);
- 5) Здатність генерувати нові ідеї (ЗК-5);
- 6) Здатність спілкуватися державною мовою і усно, і письмово (ЗК-8);
- 7) Здатність спілкуватися іноземною мовою (ЗК-9);

¹ кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

- 8) Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування (ЗК-10);
- 9) Здатність критично оцінювати та переосмислювати власний і чужий досвід, аналізувати свою професійну й соціальну діяльність (ЗК-11);
- 10) Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері математики та її практичних застосувань (ФК-1);
- 11) Спроможність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси (ФК-4);
- 12) Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти (ФК-5);
- 13) Здатність доводити знання та власні висновки до фахівців та нефахівців (ФК-6);
- 14) Здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань (ФК-8);
- 15) Здатність до самоосвіти та підвищення кваліфікації на основі інноваційних підходів у сфері математики (ФК-10).

5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання (Формуються розробником)			
РН 1.1	Знати основні поняття стохастичного аналізу, означення і властивості інтеграла Іто і процесів Іто	<i>Лекція, самостійна робота</i>	<i>Іспит, активна робота на лекції, усні відповіді</i>	5%
РН 1.2	Знати теорію стохастичних диференціальних рівнянь, зокрема з випадковими коефіцієнтами			10%
РН 1.3	Знати фінансові та актуарні застосування стохастичних диференціальних рівнянь, зокрема дифузійну модель фінансового ринку			10%
РН 1.4	Знати постановку задачі оптимального стохастичного керування для випадків скінченного та нескінченного горизонту			10%
РН 1.5	Знати принцип динамічного програмування в дискретному та неперервному часі			10%
РН 1.6	Знати рівняння Гамільтона – Якобі – Беллмана та теореми верифікації			10%
РН 2.1	Вміти доводити існування та єдиність розв'язків стохастичних диференціальних рівнянь, розв'язувати напростіші рівняння в явному вигляді	<i>Лекція, самостійна робота</i>	<i>Іспит, активна робота на лекції, усні відповіді, модульна контрольна робота, виконання самостійних завдань</i>	5%
РН 2.2	Вміти застосовувати класичний підхід до розв'язання задачі оптимального стохастичного керування			20%
РН 2.3	Вміти будувати математичні моделі актуарних і фінансових процесів, формулювати й розв'язувати пов'язані з ними задачі оптимального стохастичного керування.			10%

PH 3.1	Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування	Лекція	активна робота на лекціях, усні відповіді	2.5%
PH 3.2	Вироблення навиків командної роботи			2.5%
PH 4.1	Демонстрація авторитетності, інноваційність, високий ступінь самостійності, академічна та професійна доброчесність, послідовна відданість розвитку нових ідей або процесів у передових контекстах професійної та наукової діяльності.	Лекція	активна робота на лекціях, усні відповіді	2.5%
PH 4.2	Відповідально ставитися до виконуваних робіт, нести відповідальність за їх якість			2.5%

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Програмні результати навчання	Результати навчання дисципліни											
	PH 1.1	PH 1.2	PH 1.3	PH 1.4	PH 1.5	PH 1.6	PH 2.1	PH 2.2	PH 2.3	PH 3.1	PH 3.2	
ПРН-3-1 - Знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти наук у сфері математики й актуарної та фінансової математики	+	+	+	+	+	+	+	+	+			
ПРН-3-2 - Відтворювати знання фундаментальних розділів математики й актуарної та фінансової математики в обсязі, необхідному для володіння математичним та економічним апаратами відповідної галузі знань і використання математичних та економічних методів у обраній професії	+	+	+	+	+	+						
ПРН-3-3 - Володіти основами математичних дисциплін і економічних теорій, зокрема які вивчають моделі природничих і соціальних процесів	+	+	+	+	+	+						
ПРН-У-1 - Уміти використовувати фундаментальні закономірності математичні закономірності та закономірності актуарної та фінансової математики у професійній діяльності							+	+	+	+	+	
ПРН-У-2 - Читати і розуміти фундаментальні розділи математичної та економічної літератури та демонструвати майстерність їх відтворення в аргументованій усній та/або письмовій доповіді	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
ПРН-У-3 - Доносити професійні знання, власні обґрунтування і висновки до фахівців і широкого загалу			+							+	+	+
ПРН-У-8 - Бути наполегливим у досягненні мети під час вирішення математичної проблеми	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	

ПРН-У-10 - Усно й письмово спілкуватися рідною та англійською мовами в науковій, виробничій та соціально-суспільній сферах діяльності із професійних питань; читати спеціальну літературу; знаходити, аналізувати та використовувати інформацію з різних довідкових джерел	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ПРН-У-11 - Використовувати раціональні способи пошуку та використання науково-технічної інформації, включаючи засоби електронних інформаційних мереж; застосовувати інформаційні ресурси, у тому числі електронні, для пошуку відповідних математичних моделей	+	+	+	+	+	+	+	+	+		
ПРН-У-12 Дотримуватися норм етичної поведінки стосовно інших людей, адаптуватися та комунікувати										+	+

7. Схема формування оцінки.

7.1. Форми оцінювання студентів:

- оцінювання впродовж навчального періоду:

1. *Активна робота на лекції, усні відповіді:* РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН1.6, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН3.1, РН3.2, РН4.1, РН4.2 – 10 балів / 5 балів;
 2. *Модульна контрольна робота:* РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН1.6, РН2.1, РН2.2 – 20 балів/ 12 балів;
 3. *Виконання самостійних завдань:* РН2.1, РН2.2, РН2.3 – 30 балів / 18 балів;
- Разом має бути 60/35*

- підсумкове оцінювання: іспит.

- *максимальна кількість балів, які можуть бути отримані:* 40 балів;
- *результати навчання, які будуть оцінюватись:* РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН1.6, РН2.1, РН2.2, РН2.3;
- *форма проведення і види завдань:* письмова робота з усним опитуванням.

7.2. Організація оцінювання:

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною;

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма іспиту – письмово-усна. Екзаменаційний білет складається із 5 завдань, перші два з яких є теоретичними, три інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 7 балів. Додатково від 0 до 5 балів студент отримує за додаткові запитання на усному опитуванні. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів.

Терміни проведення форм оцінювання:*Модульна контрольна робота на 10-му тижні навчального періоду***7.3. Шкала відповідності оцінок**

Відмінно / Excellent	90-100
Добре / Good	75-89
Задовільно / Satisfactory	60-74
Незадовільно / Fail	0-59

8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

теми	Назва теми	Кількість годин				
		Лекції	Практичні заняття	Самост. робота	Контр. модульна робота	Інші форми контролю
Змістовий модуль 1 „Керовані стохастичні диференціальні рівняння”						
1	Основи стохастичного аналізу. Стохастичні диференціальні рівняння (СДР)	6		12		
2	Застосування СДР до моделювання страхових і фінансових процесів	6		12		
3	СДР з випадковими коефіцієнтами. Керовані рівняння	6		12		
Змістовий модуль 2 „Класичний підхід до розв’язання задач оптимального стохастичного керування”						
4	Математична постановка задач оптимального стохастичного керування (ОСК) для СДР, приклади.	4		10		
5	Принцип динамічного програмування. Рівняння Гамільтона – Якобі – Беллмана. Теореми верифікації	10		20	2	
6	Приклади розв’язання задач ОСК в актуарній та фінансовій математиці	6		14		
Всього годин за 2 семестр		38		80		

**Загальний обсяг 120 годин, у тому числі:
лекції – 38 годин,
консультації – 2 години,
самостійна робота – 80 годин.**

9. Рекомендовані джерела

Основні:

1. Мішура Ю. С., Ральченко К. В., Сахно Л. М., Шевченко Г. М. Випадкові процеси: теорія, статистика, застосування. К., ВПЦ «Київський університет», 2018.
2. Nisio, M. Stochastic control theory : Dynamic programming principle. Springer, 2015.
3. Touzi N. Optimal stochastic control, stochastic target problem, and backward SDE. Springer, 2013.
4. Pham H. Continuous-time stochastic control and optimization with financial applications. Springer, 2009.

Додаткові:

1. Крылов Н. В. Управляемые процессы диффузионного типа. М. : Наука, 1977.
2. Мішура Ю. С., Шевченко Г. М. Математика фінансів. К. : ВПЦ «Київський університет», 2011.
3. Fleming W. H., Soner H. M. Controlled Markov processes and viscosity solutions. Springer, 2006.