

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА  
Механіко-математичний факультет

Кафедра теоретичної та прикладної механіки



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана  
навчальної роботи

Харитонов О.М.

2020 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Некласичні математичні моделі механіки деформівного твердого тіла

для студентів

галузь знань	11 «Математика та статистика»
спеціальність	113 «Прикладна математика»
освітній рівень	другий (магістр)
освітня програма	«Комп'ютерна механіка»
вид дисципліни	обов'язкова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2020/2021
Семестр	1
Кількість кредитів ECTS	6
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

**Викладач:** Улітко Ігор Андрійович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теоретичної та прикладної механіки.

Пролонговано: на 2021/2022 н.р. Харитонов О.М. ) «21» серпня 2021 р.  
на 20\_\_/20\_\_ н.р. ( ) «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

КИЇВ – 2020

**Розробники:** Улітко Ігор Андрійович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теоретичної та прикладної механіки.

ЗАТВЕРДЖЕНО

Зав. кафедри  
теоретичної та прикладної механіки

 Жук Я.О.

Протокол № 1 від «28» серпня 2020р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від «31» серпня 2020 року № 1

Голова науково-методичної комісії  проф. Олійник А.С.

**1. Мета дисципліни** – вивчення методів побудови нових математичних моделей в сучасній механіці деформівного твердого тіла (МДТТ) на основі аналізу та синтезу теоретичних даних класичних розділів механіки.

## **2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни**

1. *Знати:* основні поняття циклу математичних дисциплін: «лінійна алгебра», «аналітична геометрія», «диференціальні рівняння», «математичний аналіз», «математична фізика»; основні поняття циклу механічних дисциплін: «теоретична механіка», «теорія пружності», «теорія пластин і оболонок»; основні постулати та фізичні закони електромагнітної теорії Максвелла, фізики провідників та діелектриків.

2. *Вміти:* розв'язувати стандартні задачі з курсів лінійної алгебри та аналітичної геометрії, математичного аналізу, диференціальних рівнянь, теоретичної механіки та математичної фізики; вміти застосовувати на практиці основні теореми інтегрального та диференціального числення векторних полів, формулювати граничні умови та здійснювати постановки граничних задач теорії потенціалу та теорії пружності та застосовувати метод розділення змінних для побудови їх розв'язків.

## **3. Анотація навчальної дисципліни:**

Навчальна дисципліна «Некласичні математичні моделі механіки деформівного твердого тіла» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «магістр» в галузі знань 11 «математика та статистика» спеціальності 113 «прикладна математика» освітньої програми «комп'ютерна механіка».

В сучасній МДТТ виникають нові наукові проблеми, розв'язання яких потребує узагальнення та синтезу класичних моделей механіки та сучасної фізики. Поглиблена розробка цих проблем породжує нові наукові розділи механіки спряжених хвильових полів, такі як електропружність та магнітопружність, в яких механічні та електромагнітні поля моделюються спряженими рівняннями та граничними умовами, що узагальнюють відповідні групи рівнянь та граничних умов класичних теорій. Опрацьовані при цьому методи побудови математичних моделей поширюються і на суто механічні моделі. Наприклад, з випадку нерівномірного непереступального руху пружного тіла зі скінченими переміщеннями у просторі, що має місце у хвильових гіроскопах та ультразвукових двигунах, виводиться загальна теорія просторового руху пружного тіла.

В даному курсі спочатку вивчаються основи електропружності та встановлюється математична модель лінійної просторової векторної граничної задачі електропружності. Слід за тим вводиться нелінійна гранична задача теорії пружності при скінчених переміщеннях, що описує у тому числі складний просторовий рух тіла. Ця гранична задача послідовно перетворюється до зв'язаних узагальнених рівнянь динаміки Ламе та Ейлера у відносній системі відліку. Це складає предмет теорії просторового руху пружних тіл. Вивчається коріюлісова дисперсія гармонічних пружних хвиль та пов'язані з нею явища браянівського розщеплення частот і прецесії хвиль, як основа для розрахунку динаміки сенсорних елементів хвильових гіроскопів.

Дана дисципліна є **обов'язковою**.

Викладається у **1 семестрі 1 курсу** в обсязі **180 год. (6 кредитів ECTS<sup>1</sup>)** зокрема: лекції – 42 год., практичні заняття – 14 год., самостійна робота – 120 год, консультації – 4 год. У курсі передбачено 2 змістових модулів та 2 модульні колоквиуми. Завершується дисципліна **іспитом у першому семестрі**.

**4. Завдання (навчальні цілі)** - це оволодіння навичками побудови нових математичних моделей в сучасній МДТТ на основі синтезу теоретичних даних класичних розділів

<sup>1</sup> кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам

механіки та застосування цих навичок у професійній науковій діяльності, що відповідає таким загальним та фаховим компетентностям спеціальності:

- 1) Здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від прикладної математики (ЗК-1);
- 2) Здатність використовувати у професійній діяльності знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук (ЗК-2);
- 3) Здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу (ЗК-3);
- 4) Здатність спілкуватися державною мовою і усно, і письмово (ЗК-8);
- 5) Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування (ЗК-10);
- 6) Здатність критично оцінювати та переосмислювати власний і чужий досвід, аналізувати свою професійну й соціальну діяльність (ЗК-11);
- 7) Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері прикладної математики і комп'ютерної механіки та їх практичних застосувань (ФК-1);
- 8) Спроможність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси (ФК-4);
- 9) Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти (ФК-5);
- 10) Здатність доводити знання та власні висновки до фахівців та нефаківців (ФК-6);
- 11) Здатність самостійно розробляти проекти шляхом творчого застосування існуючих та генерування нових ідей прикладної та теоретичної механіки та механіки суцільних середовищ(ФК-7);
- 12) Здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань (ФК-8);
- 13) Здатність до самоосвіти та підвищення кваліфікації на основі інноваційних підходів у сфері прикладної математики (ФК-10);
- 14) Володіння знаннями та здатність ініціювати й проводити наукові дослідження у спеціалізованій області прикладної математики (ФК-12).

## 5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (1.- знати; 2.- вміти; 3.- комунікація; 4.- автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			
<b>1</b>	<b>Студент повинен знати</b>			
1.1	Закони електромагнетизму та рівняння електромагнітної теорії Максвелла. Феноменологічний та термодинамічний опис явищ п'єзоелектричного ефекту, лінійні рівняння п'єзоелектричного ефекту в керамічних матеріалах.	<i>Лекція, практичне заняття</i>	<i>Активна робота на лекції, усні відповіді, модульний колоквіум 1, іспит</i>	8%
1.2	Повна система рівнянь електропружності, постановка векторної просторової граничної задачі електропружності: спряжені рівняння та граничні умови			8%
1.3	Основні положення кінематики суцільного середовища при довільних переміщеннях у просторі та теорії напружень Трефтца. Нелінійні динамічні рівняння Ньютона та граничні умови - гранична задача теорії пружності при скінчених переміщеннях			8%
1.4	Основні визначення й гіпотези теорії просторового руху пружних тіл: перетворення складного просторового руху на переносний і відносний руху, теореми про рух центру мас та про зміну кінетичного моменту. Зв'язані динамічні рівняння Ламе та Ейлера в неінерціальній системі відліку, граничні умови		<i>Активна робота на лекції, усні відповіді, модульний колоквіум 2, іспит</i>	
1.5	Основні закономірності Коріолісової дисперсії гармонічних пружних хвиль в необмеженому середовищі, яке обертається рівномірно		8%	
1.6	Теоретичний опис та основні дані постановок задач для математичних моделей хвильових гіроскопів оболонкового та камертонного типів		8%	
<b>2</b>	<b>Студент повинен вміти</b>			
2.1	Розкрити сутність фізичного явища п'єзоелектричного ефекту та подати його математичний опис, записати та вірно тлумачити співвідношення повної системи рівнянь електропружності в прикладах та конкретних задачах	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Виконання завдань практичних, модульний колоквіум 1, іспит</i>	4%
2.2	Розкрити сутність спряжених векторних рівнянь електропружності Ламе та потенціалу електричного поля, формулювання фізично обґрунтованих електричних та механічних граничних умов.			5%
2.3	Розкрити сутність основних понять кінематики суцільного середовища при скінчених переміщеннях. Розкрити сутність теорії напружень Трефтца, записати тензор напружень Трефтца.			5%
2.4	Розкрити сутність геометрично нелінійних рівнянь динаміки Ньютона, та граничних умов теорії пружності при скінчених переміщеннях			5%

2.5	Вірно тлумачити постановку задачі та основні рівняння загальної теорії просторового руху пружних тіл			5%
2.6	Розкрити сутність явищ Коріолісоїї дисперсії пружних гармонічних хвиль в необмеженому середовищі, яке рівномірно обертається, а також закономірності поширення цих дисперсійних хвиль в півпросторі та шарі.		<i>Виконання завдань практичних, модульний колоквиум 2, іспит</i>	5%
2.7	Здійснювати фізично обґрунтовані, математично коректні постановки задач в теорії хвильових гіроскопів та володіти навичками прикладного аналізу наявних математичних моделей			5%
<b>3</b>	<b>Комунікація</b>			
3.1	Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування: підготувати презентацію визначеної теми, виступити з доповіддю, давати відповіді на запитання, підтримувати та модерувати наукову дискусію	<i>Лекція, практичне заняття</i>	<i>виконання завдань самостійної роботи</i>	5%
<b>4</b>	<b>Автономність та відповідальність</b>			
4.1	Самостійно шукати та критично опрацювати літературу в сучасних галузях МДТТ, володіти навичками обробки, аналізу та синтезу наукової інформації		<i>Самостійна робота</i>	5%
4.2	Виробляти критичне відношення до існуючих варіантів інтерпретації і вирішення наукових проблем в неklasичних галузях МДТТ та в прикладних застосуваннях математичних моделей			5%
4.3	Усвідомлювати відповідальність за достовірність та об'єктивність результатів проведених теоретичних досліджень, виконаних розрахунків і експериментальних тестів, керуватися принципами доброчесності, не допускати фальсифікації наукових результатів			3%

## 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни (код)	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	3.1	4.1	4.2	4.3
<b>Програмні результати навчання (назва)</b>																	
КС 1 – Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій фундаментальної та прикладної математики і використовувати їх на практиці	+	+	+	+	+	+											
КС 2 – Володіти основними положеннями та методами механіки, чисельними методами, методами дослідження операцій, методами комп'ютерного моделювання	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+				
КС 3 – Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+				
КС 6 – Вибирати раціональні методи та алгоритми розв'язання математичних задач оптимізації, дослідження операцій, оптимального керування і прийняття рішень, аналізу даних												+	+		+	+	+
ЦМС 1 – Виявляти здатність до самонавчання та професійного розвитку	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+	+
ЦМС 2 – Уміти організувати власну діяльність та одержувати результат у рамках обмеженого часу;							+	+	+	+	+	+	+		+	+	+
ЦМС 4 – Уміти здійснювати збір, опрацювання, аналіз, систематизацію науково-технічної інформації, уникаючи при цьому плагіату				+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
ЦМС 5 – Ефективно спілкуватися з питань інформації, ідей, проблем та рішень зі спеціалістами та суспільством загалом														+			
ЦМС 7 – Демонструвати навички професійного спілкування, включаючи усну та письмову комунікацію українською мовою та принаймні ще однією з поширених європейських мов														+			

## 7. Схема формування оцінки

### 7.1. Форми оцінювання студентів:

#### - оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН1.6, РН3.1 – 10 балів/8 балів;
2. Виконання завдань практичних робіт: РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН2.5, РН2.6, РН2.7, РН4.1, РН4.2, РН4.3 – 10 балів/7 балів;
3. Модульний колоквіум 1: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4 – 20 балів/10 балів;
4. Модульний колоквіум 2: РН1.4, РН1.5, РН1.6, РН2.5, РН2.6, РН2.7 – 20 балів/10 балів;  
Разом – 60 балів/ 35 балів;

#### - підсумкове оцінювання: іспит

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;
- результати навчання, які будуть оцінюватись: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН1.6, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН2.4, РН2.5, РН2.6;
- форма проведення і види завдань: письмово-усна робота.

### 7.2. Організація оцінювання:

Активна робота на лекціях передбачає відповіді на додаткові запитання лектора; активна участь у дискусії під час лекції, наявність повного і якісного конспекту лекційного матеріалу; Самостійна робота передбачає повне виконання завдань самостійної роботи студента (СРС) включно з опрацюванням додаткового теоретичного матеріалу, винесеного на самостійне вивчення. Активна робота на практичних заняттях передбачає виконання розрахункових завдань або експериментів в навчальній лабораторії, згідно наданих інструкцій. Під час навчання студент також має продемонструвати якості автономності своєї навчально-дослідницької діяльності та відповідальності за її результати.

Колоквіуми проводяться в час після занять і включають можливу співбесіду за результатами оцінювання.<sup>2</sup>

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить 20 балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить 35 балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум 35 балів для підвищення балів отримують можливість написати додатковий колоквіум. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною;

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до "Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка" (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма іспиту – письмово-усна. Екзаменаційний білет складається із 3 завдань. Кожне завдання оцінюється від 0 до 10 балів. Додатково від 0 до 10 балів студент отримує за усне опитування. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів. Оцінка не може бути меншою за 24 балів.

<sup>2</sup> Допускається оцінювання за допомогою технологій дистанційного навчання



**Терміни проведення форм оцінювання:**

1. Модульний колоквиум №1: на 8-му тижні семестру.
2. Модульний колоквиум №2: на 14-му тижні семестру.

**7.3. Шкала відповідності оцінок**

<b>Відмінно / Excellent</b>	90-100
<b>Добре / Good</b>	75-89
<b>Задовільно / Satisfactory</b>	60-74
<b>Не задовільно / Fail</b>	0-59

**8. Структура навчальної дисципліни. Тематичний план лекцій та практичних занять**

теми	Назва теми	Кількість годин			
		Лекції	Практичні заняття	Консультації	Самостійна робота
<b><i>Змістовий модуль 1</i></b>					
1	Елементи лінійної теорії електропружності. Спряжена просторова математична модель електропружності	10	4		30
2	Елементи теорії пружності при скінчених переміщеннях. Загальна теорія просторового руху пружних тіл	12	2	2	30
<b><i>Змістовий модуль 2</i></b>					
3	Коріолісова дисперсія гармонічних пружних хвиль	10	4		30
4	Математичні моделі хвильових гіроскопів	10	4	2	30
Всього годин за семестр		<b>42</b>	<b>14</b>	<b>4</b>	<b>120</b>

**Загальний обсяг 180 год., у тому числі:**

Лекцій – 42 год.

Практичних занять – 14 год.

Консультацій – 4 год.

Самостійної роботи – 120 год.

## 9. Рекомендовані джерела:

### *Основна література:*

1. Гринченко В.Т., Улітко А.Ф., Шульга Н.А. Электроупругость. – Киев: Наукова думка, 1989. – 198 с.
2. Улітко А.Ф. Борисейко В.О., Улітко І.А. Прикладні методи в задачах електропружності. - К.: ВПЦ Київський університет. 2007.
3. Kappus R. Zur Elastizitätstheorie endlicher Verschiebungen. I // ZAMM. – 1939. – Bd. 19. – № 6. – S. 344-361.
4. Kappus R. Zur Elastizitätstheorie endlicher Verschiebungen. II // ZAMM. – 1939. – Bd. 19. – № 6. – S. 362-387.
5. Новожилов В.В. Теория упругости. – Л.: Судпромгиз, 1958. – 370 с.
6. Улітко А.Ф. Пространственное движение упругих тел // Изв. АН СССР. МТТ. – 1990. – № 6. – С. 55-66.
7. Улітко І.А. Дисперсия плоских гармонических волн в равномерно вращающемся упругом пространстве // Доповіді НАНУ. – 1995. – №1. – С. 54-57.
8. Улітко А.Ф. Коливання тонкої п'єзокерамічної циліндричної оболонки, що знаходиться в обертovому русі // Мат. методи і фіз.-мех. поля. – 1996. – Т. 39. – № 1. – С. 7-17.
9. Ulitko I.A. Mathematical theory of the fork-type wave gyroscope // Proceedings of the 1995 IEEE International Frequency Control Symposium. (San Francisco, 31 May – 2 June, 1995). – IEEE No 95CH35752: 1995. – P. 786-793.

### *Додаткова література:*

1. Мезон У. П. Пьезоэлектрические кристаллы и их применение в ультразвуке. – М., 1951.
2. Bryan G.H. On the beats in the vibrations of a revolving cylinder or bell // Proc. Cambridge Phil. Soc. Math. Phys. Sci. – 1890. – Vol.7. – P. 101–111.
3. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики. В 2-х томах. - М.:Наука, 1982.
4. Борисейко О.В., Малик А.М., Улітко І.А. Гармонічні хвилі зсуву в пружному шарі, який рівномірно обертається // Вісник Київського ун-тету. Сер.: математика і механіка. – 2004. – № 11-12. – 6 с.
5. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Волновой твердотельный гироскоп. – М.: Наука, 1985.– 126с.
6. Chang C.O., Hwang J.J., et al. Modal precession of a rotating hemispherical shell // Int. Journ. Solids and Structures. – 1996. – Vol. 33, – No 19. – P. 2739-2757
7. Kudo S., Konno M., Sugawara S. Yoshida T. Vibrational analysis of tuning fork gyroscope // Jap. Journ. Appl. Phys. - 1993. - Vol. 32. - P. 2310-2313
8. Сарапулов С.А., Улітко І.А. Влияние вращения на объемные волны в упругой среде и их использование в твердотельной гироскопии // Гироскопия и навигация. - Спб. - 2001. -Т.35 - №.2 - С. 11-19
9. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластины и оболочки. - М.: Физматгиз, - 1963.
10. Berlincourt D.A., Curran D.R., Jaffe H. Piezoelectric and piezomagnetic materials and their function in transducers. In: Physical Acoustics. Principles and Methods. Ed. W.P. Mason. – Vol. 1 – Pt. A., Acad. Press., 1964. – P. 170-267.