

# КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Механіко-математичний факультет  
кафедра теорії ймовірностей,  
статистики та актуарної математики



**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**

Заступник декана/директора  
навчальної роботи

Харитонов О.М.

*сергій* 2021 року

## РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ<sup>1</sup>

### Математика фінансів для студентів

галузь знань	11 математика та статистика
спеціальність	111 математика
освітній рівень	другий (магістр)
освітня програма	актуарна та фінансова математика
вид дисципліни	<b>обов'язкова</b>

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2021/2022
Семестр	1 магістратури
Кількість кредитів ECTS	5
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

**Викладачі:** Мішура Юлія Степанівна, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики.

Пролонговано: на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.  
на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

**КИЇВ - 2021**

<sup>1</sup> Робоча програма навчальної дисципліни є нормативним документом вищого навчального закладу і містить виклад конкретного змісту навчальної дисципліни, послідовність, організаційні форми її вивчення та їх обсяг, визначає форми та засоби поточного і підсумкового контролю.

Розробники<sup>2</sup>: Мішура Юлія Степанівна, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, Голомозий Віталій Вікторович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики.

ЗАТВЕРДЖЕНО

Зав. кафедри Т-ї фіз.-мат.,  
стат. та акт. мат.-км,  
Галль (Мішура Ю.С.)

Протокол № 1 від «31» серпня 2021 року

Схвалено науково - методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від «31» 08 2021 року № 1

Голова науково-методичної комісії  (проф. Олійник А.С.)

«31» серпня 2021 року

<sup>2</sup> Розробляється лектором. Робоча програма навчальної дисципліни розглядається на засіданні кафедри (циклової комісії – для коледжів), науково-методичної комісії факультету/інституту (раді навчального закладу - коледжу), підписується завідувачем кафедри (головою циклової комісії), головою науково-методичної комісії факультету/інституту (головою ради) і затверджується заступником декана/директора інституту з навчальної роботи (заступником директора коледжу).

## ВСТУП

Навчальна дисципліна «Математика фінансів» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «магістр» у галузі знань 11 математика та статистика зі спеціальності 111 математика освітньої програми «Актуарна та фінансова математика».

Дана дисципліна є обов'язковою.

Викладається у 1 семестрі магістратури в обсязі 150 год. (5 кредити ECTS<sup>3</sup>), в тому числі 28 годин лекцій, 14 годин практичних занять, 6 години консультацій та 102 години самостійної роботи. У курсі передбачено 2 змістових модуля та 2 модульні контрольні роботи. Завершується дисципліна – іспитом.

**1. Мета дисципліни** - вивчення студентами математичних моделей фінансових ринків, способів побудови справедливих цін для платіжних зобов'язань, та перевірки існування арбітражу.

**2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:**  
Відсутні

**3. Анотація навчальної дисципліни:**

«Математика фінансів» включає в себе такі поняття.

- Випадкова ціна активу. Безризикові та ризикові активи. Одноперіодна модель ринку зі скінченим числом активів. Портфель інвестора. Капітал інвестора. Арбітражна можливість фінансового ринку.

- Міра, нейтральна до ризику. Еквівалентність відсутності арбітражу і існування міри, нейтральної до ризику.

- Платіжне зобов'язання. Опціони, пут-колл паритет. Закон однієї ціни.

- Справедливі ціни. Структура множини справедливих цін.

- Обчислення умовного прибутку.

- Досяжні платіжні зобов'язання. Повнота ринку.

- Фінансові ринки зі зліченим числом активів.

- Приклад безарбітражного і повного ринку. Ефект кратності опціонів.

- Фінансові ринки з випадковими початковими даними.

- Динамічна теорія арбітражу. Біноміальна модель. Граничний перехід. Формула Блека-Шоулса.

**4. Завдання (навчальні цілі):** формування здатності розв'язувати складні спеціалізовані математичні та статистичні задачі, що характеризується комплексністю і невизначеністю умов і передбачає застосування теоретико-

---

<sup>3</sup> кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

ймовірнісних і статистичних методів; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці та статистиці, відповідно до освітнього рівня «Магістр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

1. Здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики (ЗК-1);
2. Здатність використовувати у професійній діяльності знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук (ЗК-2);
3. Здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел, необхідної для розв'язування наукових і професійних завдань (ЗК-4);
4. Здатність генерувати нові ідеї (ЗК-5);
5. Здатність спілкуватися державною мовою і усно, і письмово (ЗК-8);
6. Здатність спілкуватися іноземною мовою (ЗК-9);
7. Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування (ЗК-10);
8. Здатність критично оцінювати та переосмислювати власний і чужий досвід, аналізувати свою професійну й соціальну діяльність (ЗК-11);
9. Знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері математики та її практичних застосувань (ФК-1);
10. Спроможність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси (ФК-4);

### 5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (1, знати; 2, вміти; 3, комунікація; 4, автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			
PH 1.1	Знати одноперіодну теорію арбітражу, європейські платіжні зобов'язання	<i>Лекція, практичне заняття</i>	<i>Іспит, письмові модульні контрольні роботи, оцінювання роботи на практичних заняттях, оцінювання виконання завдань для самостійної роботи</i>	5%
PH 1.2	Знати ринки з випадковими початковими даними, багатоперіодну теорію арбітражу			5%
PH 1.3	Знати європейські платіжні зобов'язання у багатоперіодній моделі, біноміальні ринки			10%
PH 1.4	Знати теорему Блека-Шоулса			10%
PH 1.5	Знати мартингали та мартингальні міри, моменти зупинки			10%

PH 2.1	Вміти визначати, чи є конкретний ринок безарбітражним, платіжне зобов'язання досяжним, для досяжних – будувати утворюючі самофінансовані стратегії. Описувати сім'ю мартингальних мір.	<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях іспит, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	25%
PH 2.2	Вміти знаходити справедливі ціни європейських платіжних зобов'язань і будувати оцінювачу Снелла для американських платіжних зобов'язань. Вміти застосовувати формулу Блека-Шоулса до європейських опціонів купівлі, робити відповідні наближені обчислення.			<i>Контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях іспит, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>
PH 2.3	Вміти оптимізувати стратегію інвестора із застосуванням функцій корисності, обчислювати коефіцієнти Арроу-Пратта	<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>		5%
PH 3.1	Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування	<i>Практичне заняття</i>	<i>активна робота практичних заняттях, усні відповіді</i>	2.5%
PH 3.2	Вироблення навиків командної роботи	<i>Практичне заняття</i>	<i>активна робота практичних заняттях, усні відповіді</i>	2.5%
PH 4.1	Демонстрація авторитетності, інноваційності, високий ступінь самостійності, академічна та професійна доброчесність, послідовна відданість розвитку нових ідей або процесів у передових контекстах професійної та наукової діяльності.	<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Іспит, письмові модульні контрольні роботи, оцінювання роботи на практичних заняттях, оцінювання виконання завдань для самостійної роботи</i>	2.5%
PH 4.2	Відповідально ставитися до виконуваних робіт, нести відповідальність за їх якість			2.5%

**6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання (необов'язково для вибіркових дисциплін, які не входять до блоків спеціалізації)**

Результати навчання дисципліни (код)	РН 1.1	РН 1.2	РН 1.3	РН 1.4	РН 1.5	РН 2.1	РН 2.2	РН 2.3	РН 3.1	РН 3.2	РН 4.1	РН 4.2
<b>Програмні результати навчання (назва)</b>												
<b>знання</b>												
<b>ПРН-3-1</b> - Знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти наук у сфері математики й актуарної та фінансової математики;	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+
<b>ПРН-3-2</b> - Відтворювати знання фундаментальних розділів математики й актуарної та фінансової математики в обсязі, необхідному для володіння математичним та економічним апаратами відповідної галузі знань і використання математичних та економічних методів у обраній професії;	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+
<b>ПРН-3-3</b> - Володіти основами математичних дисциплін і економічних теорій, зокрема які вивчають моделі природничих і соціальних процесів;	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+
<b>уміння</b>												
<b>ПРН-У-1</b> - Уміти використовувати фундаментальні математичні закономірності та закономірності актуарної та фінансової математики у професійній діяльності;	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+
<b>ПРН-У-2</b> - Читати і розуміти фундаментальні розділи математичної та економічної літератури та демонструвати майстерність їх відтворення в аргументованій усній та/або письмовій	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+

доповіді;												
<b>ПРН-У-3</b> - Донести професійні знання, власні обґрунтування і висновки до фахівців і широкого загалу;	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+
<b>ПРН-У-8</b> - Бути наполегливим у досягненні мети під час вирішення математичної проблеми;	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+
<b>ПРН-У-10</b> - Усно й письмово спілкуватися рідною та англійською мовами в науковій, виробничій та соціально-суспільній сферах діяльності із професійних питань; читати спеціальну літературу; знаходити, аналізувати та використовувати інформацію з різних джерел;	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+
<b>ПРН-У-11</b> - Використовувати раціональні способи пошуку та використання науково-технічної інформації, включаючи засоби електронних інформаційних мереж; застосовувати інформаційні ресурси, у тому числі електронні, для пошуку відповідних математичних моделей;	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

## 7. Схема формування оцінки

### 7.1. Форми оцінювання студентів:

#### - оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: РН1.1,РН1.2,РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН3.1, РН3.2, РН4.1, РН4.2 – 18 балів/11 балів;
  2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: РН2.1, РН2.2, РН2.3 – 6 балів/3 балів;
  3. Контрольна робота 1: РН1.1, РН1.2, РН2.1 – 12 балів/7 балів;
  4. Контрольна робота 2: РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН2.2 – 9 балів/5 балів;
  6. Розв'язання задач на практичних заняттях: РН2.1, РН2.2, РН3.1, РН3.2 – 15 балів/9 балів;
- Разом має бути 60/35

**підсумкове оцінювання (у формі іспиту/заліку):** форма іспиту – письмово-усна.

Екзаменаційний білет іспиту містить 3 теоретичні питання - 0-5 балів за кожне, 2 задачі –0-10 балів за кожну. Усна відповідь – 0-5 балів

**Всього** – максимум 40 балів

- *результати навчання, які будуть оцінюватись:* РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.5, РН2.1, РН2.2, РН2.3.

- **умови допуску до підсумкового іспиту:** умовою допуску до іспиту є отримання студентом сумарно не менше, аніж *критично-розрахунковий мінімум 35 балів* за семестр. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів, ніж критично-розрахунковий мінімум 35 балів, для одержання допуску до іспиту обов'язково повинні написати на необхідну порогову кількість балів додаткову контрольну роботу за матеріалом відповідного семестру та доскладають домашні завдання для підвищення балів за виконання самостійної роботи.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

**7.2. Організація оцінювання (обов'язково зазначається порядок організації передбачених робочою навчальною програмою форм оцінювання із зазначенням орієнтованого графіку оцінювання)**

#### *Орієнтований графік оцінювання:*

	<i>Орієнтовний період для здійснення відповідної форма оцінювання</i>
Модульна контрольна робота 1	жовтень
Модульна контрольна робота 2	кінець листопада-початок грудня



Активність студента на заняттях і виконання ним самостійної роботи	середина грудня
Добір балів/додаткова контрольна робота/доскладання домашніх завдань	грудень
Іспит	друга половина грудня

*Розрахунок балів, які студент отримує при успішній здачі іспиту:*

	Змістовий модуль 1	Змістовий модуль 2	іспит / залік	Підсумкова оцінка
<i>Мінімум</i>	<i>18</i>	<i>17</i>	<i>25</i>	<i>60</i>
<b>Максимум</b>	<b>31</b>	<b>29</b>	<b>40</b>	<b>100</b>

### 7.3. Шкала відповідності оцінок

Оцінка (за національною шкалою) / National grade	Рівень досягнень, % / Marks, %
<b>Відмінно</b> / Excellent	90-100%
<b>Добре</b> / Good	75-89%
<b>Задовільно</b> / Satisfactory	60-74%
<b>Незадовільно</b> / Fail	0-59%
<b>Зараховано</b> / Passed	60-100%
<b>Не зараховано</b> / Fail	0-59%

### 8. Структура навчальної дисципліни. Тематичний план лекційних занять

№ п/п	Назва теми	Кількість годин		
		лекції	практичні	СР
<i>Змістовий модуль 1. Теорія споживання</i>				
1	Одноперіодна модель ринку	4	2	14
2	Платіжні зобов'язання в одноперіодній моделі	6	4	18
3	Ринки з випадковими початковими даними	4	2	14
	<i>Модульна контрольна робота 1</i>	2		
<i>Змістовий модуль 2. Теорія виробництва та ринкова рівновага</i>				
4	Багатоперіодні ринки	2	2	14
5	Платіжні зобов'язання на багатоперіодних ринках	4	2	14
6	Біноміальна модель	4	1	14
7	Теорема Блека-Шоулса	4	1	14
	<i>Модульна контрольна робота 2</i>	2		
	<b>ВСЬОГО</b>	<b>28</b>	<b>14</b>	<b>102</b>

Загальний обсяг **150 год**, в тому числі:

Лекцій – **28 год**.

Практичні – **14 год**.

Самостійна робота – **102 год**.

Консультації і мкр – **6 год**.

## 9. Рекомендовані джерела:

### *Основні: (Базові)*

1. Ю. С. Мішура, Г. М. Шевченко, Математика фінансів, Київ, ВПЦ Київського Університету. 350 р. - 2011
2. О. Борисенко, Ю. Мішура, В. Радченко, Г. Шевченко. Збірник задач з фінансової математики. Редакційно-видавничий центр Київського університету імені Тараса Шевченка, 250 р. – 2007
3. Yuliya Mishura. Financial Mathematics, Elsevier, 194 p. - 2016
4. Yuliya Mishura and Kostiantyn Ralchenko. Discrete-Time Approximations and Limit Theorems In Applications to Financial Markets. De Gruyter Series in Probability and Stochastics, 390 p. - 2021
5. H. Fellemer, A. Schied. Stochastic finance, an introduction in discrete time, Gruyter, 2016.

### *Додаткова:*

1. Пономаренко О.І. Фінансовий аналіз. Частина 1. Фінансова математика банківського сектора. - К.: ЕМЦ, 1999.
2. Hull J.C. Options, Futures and other Derivatives, 2nd ed. - Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993.
3. Mc Cutheon J.J., Scott W.F. An introduction to the mathematics of finance. - Oxford: Heineman, 1986.
4. Antony M., Biggs N. Mathematics for economics and finance. - Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1995.