

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
кафедра інтегральних та диференціальних рівнянь



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник
декана

з навчальної роботи

Харитонов О.М.

сергій 2020 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ВАРІАЦІЙНЕ ЧИСЛЕННЯ ТА МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ
для студентів

галузь знань	11 «Математика та статистика»
спеціальність	112 «Статистика»
освітній рівень	перший (бакалавр)
освітня програма	«Статистика»
вид дисципліни	вибіркова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2020/2021
Семестр	8
Кількість кредитів ECTS	4
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

Викладачі: Станжицький Олександр Миколайович, д.ф.-м.н., професор, завідувач кафедри загальної математики,
Капустян Олексій Володимирович, д.ф.-м.н., професор, професор кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь

Пролонговано: на 20 /20 н.р. () « » 20 р.
на 20 /20 н.р. () « » 20 р.

КИЇВ – 2020

Розробники: Станжицький Олександр Миколайович, д.ф.-м.н., професор, завідувач кафедри загальної математики,
Капустян Олексій Володимирович, д.ф.-м.н., професор, професор кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь

ЗАТВЕДЖЕНО
Зав. кафедри
інтегральних та диференціальних рівнянь



Перестюк М.О.

Протокол № 1 від 27.08.2020 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від "31" 08 2020 року № 2

Голова науково-методичної комісії



професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.

1. Мета дисципліни – ознайомлення з основними поняттями та положеннями теорії екстремальних задач, проведення їх класифікації, опанування основними методами розв’язання таких задач, та застосування цих методів до характерних прикладів задач варіаційного числення та оптимального керування в статистичних та економіко-математичних моделях.

2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:

1. *Знати:* основні поняття, факти і теореми математичного аналізу, лінійної алгебри, теорії диференціальних рівнянь.

2. *Вміти:* активно використовувати та творчо застосовувати зазначені вище знання в процесі опрацювання матеріалу курсу «Варіаційне числення та методи оптимізації», а також при аналізі екстремальних задач та задач оптимального керування, що виникають в статистиці та математичній економіці.

3. *Володіти елементарними навичками:* дослідження екстремумів функцій однієї змінної, розв’язання алгебраїчних систем, інтегрування основних типів диференціальних рівнянь та лінійних систем диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.

3. Анотація навчальної дисципліни:

Навчальна дисципліна «Варіаційне числення та методи оптимізації» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «бакалавр» галузі знань 11 Математика та статистика зі спеціальності 112 Статистика освітньої програми «Статистика». Дана дисципліна є вибірковою. Дисципліна «Варіаційне числення та методи оптимізації» вивчає теорію екстремальних задач в скінченновимірних та нескінченновимірних просторах та охоплює наступне коло питань: екстремуми функцій багатьох змінних з обмеженнями типу рівностей та нерівностей, елементи опуклого аналізу, елементи диференціального числення в нормованих просторах, задачі класичного варіаційного числення, задачі оптимального керування, а також приклади застосування цієї теорії в статистичних та економіко-математичних моделях.

Викладається у 8 семестрі 4 курсу в обсязі 120 год. (4 кредити ECTS¹) зокрема: лекції – 26 год., практичні – 14 год., консультацій – 2 год., самостійна робота – 78 год. У курсі передбачено 2 змістових модулі та 2 модульні контрольні роботи. Завершується дисципліна іспитом.

4. Завдання (навчальні цілі):

Формування здатності розв’язувати складні спеціалізовані математичні та статистичні задачі, що характеризується комплексністю і невизначеністю умов і передбачає застосування теоретико-ймовірнісних і статистичних методів; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці та статистиці, відповідно до освітнього рівня «Бакалавр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
- 2) Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.
- 3) Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності.
- 4) Здатність спілкуватися українською мовою як усно, так і письмово.
- 5) Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

¹ кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

- 6) Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел.
- 7) Здатність приймати обґрунтовані рішення.
- 8) Здатність працювати автономно.
- 9) Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.
- 10) Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт.
- 11) Здатність діяти на основі етичних міркувань (мотивів).
- 12) Здатність здійснювати логічні математичні міркування із чітким зазначенням припущень та висновків.
- 13) Здатність до математичного формулювання задач та вибору методів їх розв'язання.
- 14) Здатність робити якісні висновки з кількісних даних.

5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (РН) (1, знати; 2, вміти; 3, комунікація; 4, автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			
РН 1.1	Необхідні та достатні умови екстремуму в скінченновимірних задачах без обмежень та з обмеженнями типу рівностей, теорема Куна-Такера	лекція	активна робота на лекціях, модульна контрольна робота, іспит	10%
РН 1.2	Необхідні та достатні умови екстремуму функціоналів в нормованих просторах			10%
РН 1.3	Необхідні та достатні умови екстремуму в задачах класичного варіаційного числення			10%
РН 1.4	Принцип максимуму Понтрягіна та метод динамічного програмування Беллмана в задачах оптимального керування			20%
РН 2.1	розв'язувати екстремальні скінченновимірні задачі без обмежень та з обмеженнями типу рівностей, знаходити екстремуму в опуклих задачах	лекція, практичне заняття, самостійна робота	розв'язання задач на практичних заняттях, виконання завдань самостійної роботи, модульна контрольна робота, іспит	10%
РН 2.2	знаходити екстремуми функціоналів в нормованих просторах			10%
РН 2.3	знаходити сильні та слабкі екстремуми в задачах Лагранжа, Больца та ізопериметричній задачах класичного варіаційного числення			10%
РН 2.4	Розв'язувати основні типи задач оптимального керування			10%
РН 3.1	Здатність обґрунтовувати власний погляд на задачу та формулювати робочі гіпотези, спілкуватися з колегами з питань застосування математичних методів та теорій	лекція, практичне заняття, самостійна робота	активна робота на лекціях, практичних заняттях	5%
РН 3.2	Вироблення навиків командної роботи			5%

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р	Р
	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н
Програмні результати навчання	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3

	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2
<i>(з опису освітньої програми)</i>										
РН-1 - Здійснювати професійну письмову й усну комунікацію українською мовою та, принаймні, однією з іноземних мов	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
РН-6 - Володіти знаннями та вміннями з імовірнісних і статистичних розділів математики: побудова ймовірнісних просторів, обчислення ймовірностей подій та характеристик випадкових величин і векторів, граничні теореми, характеристики випадкових процесів, оцінювання характеристик сукупностей на основі спостережень, формулювання та перевірка статистичних гіпотез	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

7. Схема формування оцінки.

7.1. Форми оцінювання студентів:

- оцінювання впродовж навчального періоду:

1. *Активна робота на лекціях:* РН1.1-РН1.4, РН3.1, РН3.2 – 5 балів/3 бали;
 2. *Виконання завдань для самостійної роботи:* РН2.1 - РН2.4 – 15 балів/9 балів;
 3. *Контрольна робота 1:* РН1.1, РН1.2, РН2.1, РН2.2 – 15 балів/9 балів;
 4. *Контрольна робота 2:* РН1.3, РН1.4, РН2.3, РН2.4 – 15 балів/9 балів;
 6. *Розв'язання задач на практичних заняттях:* РН2.1-РН2.4, РН3.1,РН3.2–10 балів/5 балів;
- Разом: 60/35*

- підсумкове оцінювання: іспит.

- *максимальна кількість балів, які можуть бути отримані:* 40 балів;
- *результати навчання, які будуть оцінюватись:* РН1.1-РН1.4, РН2.1-РН2.4
- *форма проведення і види завдань:* письмова робота.

7.2. Організація оцінювання:

Активна робота на лекціях передбачає усні відповіді на запитання лектора щодо раніше розглянутого теоретичного матеріалу.

Самостійна робота передбачає опрацювання певного обсягу теоретичного та практичного матеріалу за запропонованими джерелами.

Модульна контрольна робота проводиться письмово і складається з теоретичних завдань та типових задач за пройденим матеріалом.

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від

мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною..

Форма іспиту – письмово-усна. Екзаменаційний білет іспиту складається із 4 завдань, перші два з яких є теоретичними, два інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 8 балів. Додатково від 0 до 8 балів студент отримує за усне опитування. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів.

Терміни проведення форм оцінювання:

1. Модульна контрольна робота №1: на 5-му тижні 8 семестру.
2. Модульна контрольна робота №2: на 11-му тижні 8 семестру.
3. Оцінювання завдань самостійної роботи за PH2.1-PH2.2 на 6-му тижні, за PH2.3-PH2.4 - на 12 тижні 8 семестру.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

7.3. Шкала відповідності оцінок

Відмінно / Excellent	90-100
Добре / Good	75-89
Задовільно / Satisfactory	60-74
Незадовільно / Fail	0-59

8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

теми	Назва теми	Кількість годин				
		Лекції	Практичні заняття	Самост. робота	Консультації	Інші форми контролю
Змістовий модуль 1 «Екстремум в скінченновимірних задачах»						
1	Необхідні та достатні умови екстремуму в скінченновимірних задачах без обмежень та з обмеженнями типу рівностей	4	3	12		
2	Опуклі задачі мінімізації	4	2	14		
3	Екстремуми гладких функціоналів	4	1	12	1	
Змістовий модуль 2 «Екстремум в нескінченновимірних задачах»						
4	Умови екстремуму в задачах класичного варіаційного числення	6	4	14		
5	Принцип максимуму Понтрягіна в задачах оптимального	4	2	12		

	керування					
6	Принцип оптимальності Беллмана в задачах оптимального керування	4	2	14	1	
Всього годин		26	14	78	2	

ЗА НАВЧАЛЬНИМ ПЛАНОМ

Загальний обсяг 120 годин, у тому числі:

лекції – 26 годин,

практичні заняття – 14 годин,

консультації – 2 години,

самостійна робота – 78 годин.

9. Рекомендовані джерела

Основні:

1. Перестюк М.О., Станжицький О.М., Капустян О.В. Екстремальні задачі: теорія, приклади, методи розв'язання. – К.: ВПЦ Київський університет – 2019.
2. Моклячук М.П. Варіаційне числення. Екстремальні задачі. – К.: ВПЦ Київський університет – 2010
3. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. – М.:Наука, 1979
4. Янг Л. Лекции по вариационному исчислению и теории оптимального управления. – М.: Мир, 1974

Додаткові:

5. Intriligator M.D. Mathematical Optimization and Economic Theory. SIAM, 2002.
6. Leonard D., Van Long N. Optimal Control Theory and Static Optimization in Economics. Cambridge University Press, 1992.
7. Weber T.A. Optimal control theory with applications in economics. The MIT Press, 2011.
8. Ли Э.Б., Маркус Л. Основы теории оптимального управления. – М.: Наука, 1972