

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Теорія випадкових процесів

для студентів

галузь знань	11 «Математика та статистика»
спеціальність	112 «Статистика»
освітній рівень	перший (бакалавр)
освітня програма	«Статистика»
вид дисципліни	обов'язкова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2020/2021
Семестр	7/8
Кількість кредитів ECTS	4
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

Викладачі: професор Мішура Ю.С., д.ф.-м.н., професор, завідувач кафедри теорії ймовірностей та актуарної математики

Пролонговано: на 20 /20 н.р. () « » 20 р.
на 20 /20 н.р. () « » 20 р.

КИЇВ – 2020

Розробник: Мішура Ю.С., д.ф.-м.н., професор, завідувач кафедри теорії ймовірностей та актуарної математики.

ЗАТВЕДЖЕНО
Зав. кафедри
теорії ймовірностей,
статистики та актуарної математики
Мішура Ю.С.

Протокол № 1 від 28.08.2020 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від "31" 08 2020 року № 1

Голова науково-методичної комісії Олійник А.С. професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.
(підпис)

1. Мета дисципліни – оволодіння сучасними методами, теоретичними положеннями та основними застосуваннями сучасної теорії випадкових процесів, застосування цих методів до розв’язання типових задач.

2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:
Володіти базовими знаннями з розділів теорії ймовірностей і математичної статистики

3. Анотація навчальної дисципліни:

Навчальна дисципліна «Теорія випадкових процесів» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «бакалавр» галузі знань 11 Математика та статистика зі спеціальності 112 Статистика освітньої програми «Статистика».

Дана дисципліна є обов’язковою.

Теорія випадкових процесів" включає основні положення загальної теорії випадкових процесів, основи теорії процесів з незалежними приростами, теорії мартингалів. Детально обговорюються основні конструкції теорій гауссових процесів, ланцюгів та процесів Маркова, процесів, стаціонарних у широкому та вузькому смислах, ергодичної теорії випадкових процесів

Викладається у 7 та 8 семестрах в обсязі 120 год. (*4 кредити ECTS¹*) зокрема: *лекції – всього 40 год, практичні 12 год., самостійна робота – 66 год.* У курсі передбачено 2 змістових модулі та 2 модульні контрольні роботи. Завершується дисципліна **іспитом у восьмому семестрі.**

4. Завдання (навчальні цілі): формування здатності розв’язувати складні спеціалізовані математичні та статистичні задачі, що характеризується комплексністю і невизначеністю умов і передбачає застосування теоретико-ймовірнісних і статистичних методів; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці та статистиці, відповідно до освітнього рівня «Бакалавр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК-3).
- 2) Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК-4).
- 3) Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК-5).
- 4) Здатність спілкуватися українською мовою як усно, так і письмово (ЗК-6).
- 5) Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК-9).
- 6) Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел (ЗК-10).
- 7) Здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК-11).
- 8) Здатність працювати автономно (ЗК-14).
- 9) Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов’язків. (ЗК-15).
- 10) Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт (ЗК-16).
- 11) Здатність діяти на основі етичних міркувань (мотивів). (ЗК-17).
- 12) Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички в галузях теорії ймовірностей, математичної статистики, теорії випадкових процесів (СК-2).
- 13) Здатність здійснювати логічні математичні міркування із чітким зазначенням припущень та висновків (СК-3).
- 14) Здатність до математичного формулювання задач та вибору методів їх розв’язання (СК-4).

¹ кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

- 15) Здатність до кількісно-статистичного мислення (СК-5).
- 16) Здатність до ймовірнісного мислення, що передбачає сприйняття стохастичної природи явищ (СК-6).
- 17) Здатність робити якісні висновки з кількісних даних (СК-7).
- 18) Здатність проводити дослідження ймовірнісно-статистичних моделей та інтерпретувати одержані результати (СК-10).
- 19) Здатність застосовувати ймовірнісно-статистичні методи в міждисциплінарному контексті (СК-12).
- 20) Здатність подавати статистичні процедури та результати їхнього застосування у формі, придатній для цільової аудиторії, до якої звертаються, як усно, так і письмово (СК-13)
- 21) Здатність до аналізу основ і властивостей статистичних алгоритмів та розуміння переваг тих чи інших підходів, у тому числі до оцінки їх обґрунтованості й ефективності (СК-14).

5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання (Формуються розробником)			
<i>1 семестр</i>				
РН 1.1	Знати основні приклади мартингалів.	<i>Лекція, практичне заняття</i>	<i>Активна робота на лекції, усні відповіді</i>	10%
РН 1.2	Знати основні граничні теореми для мартингалів.			11%
РН 1.3	Знати основні класи ланцюгів Маркова.			11%
РН 2.1	Уміти знаходити основні характеристики ортогональних випадкових мір і стаціонарних процесів.	<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	12%
РН 2.3	Вміти записувати спектральні розклади випадкових процесів			12%
<i>2 семестр</i>				
РН 1.4	Знати основні поняття теорії марківських процесів.	<i>Лекція, практичне заняття</i>	<i>Іспит, активна робота на лекції, усні відповіді</i>	11%
РН 1.5	Знати основні поняття про сепарабельність, неперервність та відсутність розривів другого роду у випадкових процесів.			11%
РН 2.4	Вміти визначати основні властивості траєкторій основних класів випадкових процесів за їх числовими характеристиками.	<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), розв'язання</i>	12%

			задач на практичних заняттях, іспит виконання завдань, винесених на самотійну роботу	
РН 3.1	Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування	Практичне заняття	активна робота практичних заняттях, усні відповіді	5%
РН 3.2	Вироблення навиків командної роботи	Практичне заняття	активна робота практичних заняттях, усні відповіді	5%

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни	РН 1.1	РН 1.2	РН 1.3	РН 1.4	РН 1.5	РН 2.1	РН 2.2	РН 2.3	РН 2.4	РН 3.1	РН 3.2
	Програмні результати навчання										
РН-1 - Здійснювати професійну письмову й усну комунікацію українською мовою та, принаймні, однією з іноземних мов	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
РН-6 - Володіти знаннями та вміннями з імовірнісних і статистичних розділів математики: побудова ймовірнісних просторів, обчислення ймовірностей подій та характеристик випадкових величин і векторів, граничні теореми, характеристики випадкових процесів, оцінювання характеристик сукупностей на основі спостережень, формулювання та перевірка статистичних гіпотез	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
РН-7 - Вміти будувати математичні моделі стохастичних експериментів, працювати зі стандартними ймовірнісними розподілами: нормальним, рівномірним, експоненціальним, біноміальним, пуассоновим, геометричним тощо	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
РН-8 - Вміти працювати з різними типами збіжності випадкових величин та розподілів, користуватися граничними законами теорії ймовірностей	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

PH-9 - Вміти визначати числові та якісні характеристики випадкових подій, величин, елементів, процесів	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
PH-18 - Вміти застосовувати ймовірнісно-статистичні моделі та методи для розв'язання прикладних проблем і задач.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

7. Схема формування оцінки.

7.1. Форми оцінювання студентів:

Оцінювання в першому семестрі

- оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: PH2.1, PH2.2, PH2.3 – 10 балів/6 балів;
 2. Контрольна робота 1: PH1.1, PH1.2, PH2.1, PH2.2 – 10 балів/6 балів;
 3. Розв'язання задач на практичних заняттях: PH2.1, PH2.2, PH2.3, PH2.4, PH3.1, PH3.2 – 20 балів/11 балів;
- Разом у першому семестрі 40/23

Оцінювання в другому семестрі

- оцінювання впродовж навчального періоду

1. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: PH2.1, PH2.2, PH2.3 – 5 балів/3 бали;
 2. Контрольна робота 2: PH1.3, PH1.4, PH2.3, PH2.4 – 10 балів/6 балів;
 3. Розв'язання задач на практичних заняттях: PH2.1, PH2.2, PH2.3, PH2.4, PH3.1, PH3.2 – 5 балів/3 бали;
- Разом у другому семестрі 20/12
Разом 60/35

- підсумкове оцінювання: іспит.

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;
- результати навчання, які будуть оцінюватись: PH1.1, PH1.2, PH1.3, PH1.4, PH2.1, PH2.2, PH2.3, PH2.4
- форма проведення і види завдань: письмова робота.

7.2. Організація оцінювання:

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною;

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в

Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма іспиту в другому семестрі – письмово-усна. Екзаменаційний білет іспиту складається із 5 завдань, перші три з яких є теоретичними, два інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 7 балів. Додатково від 0 до 5 балів студент отримує за усне опитування. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів.

Терміни проведення форм оцінювання:

1. Контрольна робота 1: на 12-му тижні навчального періоду.
2. Контрольна робота 2: на 30-му тижні навчального періоду.

7.3. Шкала відповідності оцінок

Відмінно / Excellent	90-100
Добре / Good	75-89
Задовільно / Satisfactory	60-74
Незадовільно / Fail	0-59

8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

№ теми	Назва теми	Кількість годин			
		Лекції	практичні	самоств. робота	Модульні КР
Змістовий модуль 1					
Мартингали і марківські процеси					
1	Теорема про число перетинів смуги субмартингалом. Теорема про існування границі субмартингала на нескінченності. Теорема про існування границі мартингала в $L_p, p > 1$. Приклад застосування теореми про існування границі мартингала—гіллясті процеси Гальтона-Ватсона.			4	
2	Рівномірно інтегровні послідовності випадкових величин та їх властивості. Рівномірно інтегровані мартингали та їх властивості.	2	1		
3	Марківські процеси. Еквівалентні форми означення марківського процесу. Марківська властивість процесу з незалежними приростами. Перехідні ймовірності марківського процесу.	2			
4	Однорідні марківські процеси, відповідні перехідні функції. Напівгрупа, пов'язана з ОМП.	2	1		

5	Резольвентний оператор та резольвент не рівняння. Генератор напівгрупи. Співвідношення між генератором та резольвентою напівгрупи.	2			
6	Дифузійний марківський процес.	2	1		
	Теорема Колмогорова—умови дифузійності марківського процесу. Вінерівський процес як дифузійний.				
7	Диференціальне рівняння—зв'язок між генератором та напівгрупою. Обернене рівняння Колмогорова. Пряме рівняння Колмогорова.	2			
8	Ланцюги Маркова. Перехідні ймовірності. Рівняння Колмогорова—Чепмена. Теорема про скінченновимірні розподіли марківського ланцюга.	2	1		
9	Теорема про існування марківського ланцюга із заданими скінченновимірними розподілами. Теорема про пуассонівський процес як марківський ланцюг. Однорідні марківські ланцюги.	2	1		
10	Ергодична теорема. Три наслідки з ергодичної теореми. Умови строгої стаціонарності	2	1		
	марківського ланцюга. Лема про стандартний марківський ланцюг.				
11	Теорема про існування похідних в нулі перехідних імовірностей стандартного марківського ланцюга. Консервативні марківські ланцюги, приклад. Обернені рівняння Колмогорова. Прямі рівняння Колмогорова.	2			1
	ВСЬОГО ЗА I СЕМЕСТР				
Змістовий модуль 2					
Траєкторії випадкових процесів та стаціонарні випадкові процеси					
12	Властивості траєкторій випадкових процесів. Стохастично неперервні, стохастично обмежені, рівномірно стохастично неперервні і рівномірно стохастично обмежені процеси.	2		4	
13	Теорема про рівномірну стохастичну неперервність і рівномірну стохастичну обмеженість на компактi.	1		4	
14	Неперервні процеси. Співвідношення між неперервністю та стохастичною неперервністю. Стохастично еквівалентні процеси. Ілюстрація—стохастично неперервні процеси можуть мати різні властивості траєкторій.	1	1	3	
15	Сепарабельні випадкові процеси. Теорема про існування сепарабельної модифікації.	1		4	
16	Функція без розривів II роду. Критерій відсутності розривів другого роду в термінах ε -	2	1	3	

	коливань. Модулі неперервності в рівномірній топології і топології Скорохода.				
17	Умови відсутності розривів другого роду в термінах тривимірних розподілів. Поняття умовного коливання α (ϵ, δ). Дві допоміжні леми про оцінку ймовірностей стрибків. Умови відсутності розривів II роду в термінах умовних коливань.	1		5	
18	Теорема про регуляризацію процесів без розривів II роду. Теорема про неперервність випадкового процесу в термінах ймовірностей великих приростів.	1		4	
19	Теорема про неперервність випадкового процесу в термінах α (ϵ, δ). Теорема про відсутність розривів II роду у процесів з незалежними приростами.	1		4	
20	Необхідність умови на прирости для неперервних процесів з незалежними приростами.	1	1	3	
21	Умови Колмогорова неперервності траєкторій випадкового процесу з прикладами—вінерівський процес та пуассонівський процес.	1		4	
22	Означення ортогональної випадкової міри і структурної міри. Лема: структурна міра справді є мірою на півкільці.	2		6	
23	Вінерівська ортогональна випадкова міра. Характеризація ортогональної випадкової міри в термінах структурної міри.	1		4	
24	Продовження ортогональної випадкової міри з півкільця на кільце. Інтегрування простих функцій за ортогональною випадковою мірою на кільці.	1	1	4	
25	Дві теореми про властивості інтегралу. Продовження інтеграла на простір квадратично-інтегрованих функцій. Дві теореми про властивості продовження.	1		4	
26	Продовження ортогональної випадкової міри на всі множини, структурна міра яких скінченна. Випадкові процеси, інтегровні з квадратом. Теорема Карунена.	1	1	3	
27	Стационарні процеси в широкому розумінні. Теорема Герглотца про зображення невід'ємно-визначеної функції з дискретним часом. Розклад стаціонарного процесу з дискретним часом. Неперервні в середньому квадратичному стаціонарні процеси. Теорема Бохнера і розклад Крамера для стаціонарних процесів з дискретним часом.	2	1	3	1
	ВСЬОГО ЗА II СЕМЕСТР	20	6	62	1
	ВСЬОГО	40	12	66	2

**Загальний обсяг 120 годин, у тому числі:
лекції – 40 годин,
практичні заняття – 12 годин,
консультації – 2 годин,
самостійна робота – 66 годин.**

9. Рекомендовані джерела

Основні:

1. Y. Mishura, G. Shevchenko Theory and Statistical Applications of Stochastic Processes 2017, Wiley-ISTE
2. И.И. Гихман, А.В. Скороход. Теория случайных процессов. Тт. 1-3, 1971-1975, М., Наука.
3. Булинский А.В., Ширяев А.Н., Теория случайных процессов, Изд-во МГУ, 2005
4. Gusak, D., Kukush, A., Kulik, A., Mishura, Y., Pilipenko, A. Theory of Stochastic Processes. With Applications to Financial Mathematics and Risk Theory. Springer 2010

Додаткові:

1. А.Д. Вентцель. Курс теории случайных процессов. 1994.
2. D.R. Cox, H.D. Miller The Theory of Stochastic Processes 1977