

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
Кафедра математичного аналізу



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана

з навчальної роботи

Харитонов О.М.

2020 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**  
**Теорія міри та інтеграла**  
для студентів

галузі знань 11 «Математика та статистика»  
спеціальність 112 «Статистика»  
освітній рівень перший (бакалавр)  
освітня програма «Статистика»  
вид дисципліни обов'язкова

Форма навчання денна  
Навчальний рік 2020/2021  
Семестр 5  
Кількість кредитів ECTS 6  
Мова викладання, навчання та оцінювання українська  
Форма заключного контролю іспит

**Викладачі:** Радченко Вадим Миколайович, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри математичного аналізу,  
Денисьєвський Микола Олексійович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математичного аналізу,  
Константінов Олексій Юрійович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математичного аналізу.

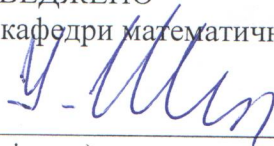
Пролонговано: на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.  
на 20\_\_/20\_\_ н.р. \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

**КИЇВ – 2020**

Розробник: Радченко Вадим Миколайович, д. ф.-м. н., професор, професор кафедри математичного аналізу.

ЗАТВЕДЖЕНО

Зав. кафедри математичного аналізу




(підпис)

Шевчук І.О.

Протокол № 1 від 28.08. 2020 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від "31" 08 2020 року № 1

Голова науково-методичної комісії  професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.  
(підпис)

**1. Мета дисципліни** — знайомство з основними властивостями мір та інших функцій множин, інтеграла Лебега, просторів інтегрованих функцій.

**2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:**

1. *Знати:* основні факти теорії множин, математичного аналізу, зокрема теорію інтеграла Рімана та міри Жордана.

2. *Вміти:* використовувати означення та твердження теорії множин, математичного аналізу для обґрунтування дій з множинами, числовими послідовностями, функціями.

3. *Володіти елементарними навичками:* виконувати дії з наборами множин, послідовностями чисел та функцій, знаходити похідні та значення інтегралів.

**3. Анотація навчальної дисципліни:**

Навчальна дисципліна «Теорія міри та інтеграла» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «бакалавр» галузі знань 11 Математика та статистика, зі спеціальності 112 Статистика освітньої програми «Статистика».

Дана дисципліна є обов'язковою

Викладається в 5 семестрі III курсу в **обсязі – 180 год. (6 кредитів ECTS)** зокрема: *лекції – 52 год, практичних занять – 28 год, самостійна робота – 94 год.* У курсі передбачено 3 змістових модулі: один колоквиум та 2 модульні контрольні роботи. Завершується дисципліна **іспитом у п'ятому семестрі.**

**4. Завдання (навчальні цілі):** формування здатності розв'язувати складні спеціалізовані математичні та статистичні задачі, що характеризується комплексністю і невизначеністю умов і передбачає застосування теоретико-ймовірнісних і статистичних методів; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці та статистиці, відповідно до освітнього рівня «Бакалавр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК-3).
- 2) Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК-4).
- 3) Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК-5).
- 4) Здатність спілкуватися українською мовою як усно, так і письмово (ЗК-6).
- 5) Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК-9).
- 6) Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел (ЗК-10).
- 7) Здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК-11).
- 8) Здатність працювати в команді (ЗК-12).
- 9) Здатність працювати автономно (ЗК-14).
- 10) Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків. (ЗК-15).
- 11) Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт (ЗК-16).
- 12) Здатність діяти на основі етичних міркувань (мотивів). (ЗК-17).
- 13) Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички в галузях математичного аналізу, лінійної алгебри, геометрії, логіки, теорії функцій, диференціальних рівнянь (СК-1).
- 14) Здатність здійснювати логічні математичні міркування із чітким зазначенням припущень та висновків (СК-3).

15) Здатність до математичного формулювання задач та вибору методів їх розв'язання (СК-4).

16) Здатність робити якісні висновки з кількісних даних (СК-7).

## 5. Результати навчання за дисципліною

| Результат навчання (РН)<br>(1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність) |  | Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання | Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)   | Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни |
|--|--|--|--|--|
| Код  | Результат навчання (Формуються розробником)  |  |  |  |
| РН 1.1   | Знати властивості міри, теореми про продовження міри   | <i>Лекція, практичне заняття</i>                         | <i>Контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), колоквиум, екзамен, активна робота на лекції, усні відповіді</i> | 10%  |
| РН 1.2   | Знати означення інтеграла Лебега, його властивості, відповідні граничні теореми  |  |  | 10%  |
| РН 1.3   | Знати теореми Фубіні, Тонеллі  |  |  | 10%  |
| РН 1.4   | Знати властивості простору інтегровних функцій   |  |  | 10%  |
| РН 2.1   | Вміти знаходити міри множин  | <i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>      | <i>Контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), екзамен, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>   | 20%  |
| РН 2.2   | Вміти обґрунтовувати граничний перехід в інтегралі   |  |  | 15%  |
| РН 2.3   | Вміти знаходити значення інтеграла Лебега  | <i>Практичне заняття, самостійна робота</i>              | <i>Контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), екзамен, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>   | 15%  |
| РН 3.1   | Здатність обґрунтовувати власний погляд на задачу та формулювати робочі гіпотези, спілкуватися з колегами з питань застосування математичних методів та теорій | <i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>      | <i>активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді</i>   | 5%   |

|         |                                     |  |  |    |
|---------|-------------------------------------|--|--|----|
| PH 3.2. | Вироблення навиків командної роботи | <i>Лекція,<br/>практичне<br/>заняття,<br/>самостійн<br/>а робота</i> | <i>активна<br/>робота на<br/>лекції,<br/>практичних<br/>заняттях, усні<br/>відповіді</i> | 5% |
|---------|-------------------------------------|--|--|----|

## 6. Співвідношення результатів навчання із програмними результатами навчання

| Програмні результати навчання   | Результати навчання дисципліни |        |        |        |        |        |        |        |        |
|---|--------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|   | PH 1.1                         | PH 1.2 | PH 1.3 | PH 1.4 | PH 2.1 | PH 2.2 | PH 2.3 | PH 3.1 | PH 3.2 |
| <i>(з опису освітньої програми)</i>   |                                |        |        |        |        |        |        |        |        |
| PH-1 - Здійснювати професійну письмову й усну комунікацію українською мовою та, принаймні, однією з іноземних мов   | +                              | +      | +      | +      | +      | +      | +      | +      | +      |
| PH-4. Вміти пояснювати математичні концепції та статистичні методи мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики та статистики   | +                              | +      | +      | +      | +      | +      | +      | +      | +      |
| PH-5. Володіти базовими знаннями та вміннями з фундаментальних розділів математики: математичного аналізу, алгебри, аналітичної геометрії, диференціальних рівнянь, у тому числі в частинних похідних | +                              | +      | +      | +      | +      | +      | +      | +      | +      |

## 7. Схема формування оцінки.

### 7.1. Форми оцінювання студентів:

#### - оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: PH1.1, PH1.2, PH1.3, PH1.4, PH.3.1, PH.3.2 – 5 балів/3 бали;
  2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: PH2.1, PH2.2 – 15 балів/9 балів;
  3. Контрольна робота 1: PH1.1, PH2.1 – 15 балів/9 балів;
  4. Контрольна робота 2: PH1.2, PH1.3, PH2.2, PH2.3 – 15 балів/9 балів;
  6. Розв'язання задач на практичних заняттях: PH2.1, PH2.1, PH2.3, PH.3.1, PH.3.2 – 10 балів/5 балів;
- Разом має бути 60/35

#### - підсумкове оцінювання: іспит.

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;
- результати навчання, які будуть оцінюватись: PH1.1, PH1.2, PH1.3, PH1.4, PH2.1, PH2.2; PH2.3
- форма проведення і види завдань: письмова робота.

## 7.2. Організація оцінювання:

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною;

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма іспиту – письмово-усна. Екзаменаційний білет складається із 3 завдань, перші два з яких є теоретичними, третє – задача. Кожне завдання оцінюється від 0 до 10 балів. Додатково від 0 до 10 балів студент отримує за усне опитування. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів.

### Терміни проведення форм оцінювання:

1. Контрольна робота: на 6-му тижні навчального періоду.
2. Контрольна робота: на 13-му тижні навчального періоду.
3. Колоквіум на 9-му тижні навчального періоду.

## 7.3. Шкала відповідності оцінок

|                                  |        |
|----------------------------------|--------|
| <b>Відмінно / Excellent</b>      | 90-100 |
| <b>Добре / Good</b>              | 75-89  |
| <b>Задовільно / Satisfactory</b> | 60-74  |
| <b>Незадовільно / Fail</b>       | 0-59   |

## 8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

### Всеместр

| №п/п | Назва теми                      | Лекції | Практ. заняття | Самост. робота |
|------|---------------------------------|--------|----------------|----------------|
| 1.1  | Основні класи множин            | 6      | 2              | 10             |
| 1.2  | Продовження міри                | 10     | 8              | 20             |
| 2.1  | Вимірні відображення та функції | 10     | 6              | 20             |

|     |  |    |    |    |
|-----|--|----|----|----|
| 2.2 | Побудова та основні властивості інтеграла Лебега         | 6  | 4  | 12 |
| 3.1 | Граничні теореми для інтеграла Лебега та їх застосування | 16 | 4  | 20 |
| 3.2 | Простори інтегровних функцій                             | 4  | 4  | 12 |
|     | ВСЬОГО   | 52 | 28 | 94 |

Загальний обсяг 180 год, в тому числі:

Лекції – 52 год.

Практичні заняття – 28 год.

Консультації – 6 год.

Самостійна робота - 94 год.

## 9. Рекомендовані джерела

### Основні:

1. Богачев В.И. Основы теории меры. Т. 1,2. — Москва-Ижевск; НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2006. — 584 с. (Т. 1), 680 с. (Т. 2).
2. Березанский Ю. М., Ус Г.Ф., Шефтель З. Г. Функциональный анализ. Курс лекций. — К.: Выща школа, 1990.— 600 с.
3. Дороговцев А.Я. Элементы общей теории меры и интеграла. — К.: Факт, 2007. — 164 с.
4. Радченко В.М. Теорія міри та інтеграла. — К.: Київський університет, 2012. — 144 с.
5. Халмош П. Теория меры. — М.: Изд-во „Факториал-пресс”, 2003. — 256 с.

### Додаткові:

1. Завдання до практичних занять з теорії міри та інтеграла для студентів спеціальностей „математика і „статистика” механіко-математичного факультету / Укладачі О.Ю.Константинов, О.Г.Кукуш, О.О.Курченко, О.Н.Нестеренко, В.М.Радченко, Т.О.Петрова, А.В.Чайковський. — К.: ВПЦ „Київський університет”, 2019. — 80 с.
2. Методы решения задач по функциональному анализу: Учебное пособие / В.В.Городецкий, Н.И.Нагнибида, П.П.Настасиев. — К.: Выща школа., 1990. — 479 с.
3. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной.— М.: Наука, 1974. — 480 с.
4. Паргасарати К. Введение в теорию вероятностей и теорию меры: Пер. с англ. — М.: Мир, 1983.— 344 с.
5. Шилов Г.Е., Гуревич Б.Л. Интеграл, мера и производная (общая теория).— М: Наука, 1967.— 220 с.