

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Теорія ймовірностей  
для студентів

галузь знань	11 «Математика та статистика»
спеціальність	112 «Статистика»
освітній рівень	перший (бакалавр)
освітня програма	«Статистика»
вид дисципліни	обов'язкова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2020/2021
Семестр	5, 6
Кількість кредитів ECTS	10
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

Викладачі: Ральченко Костянтин Володимирович, д.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики

Кукуш Олександр Георгійович, д.ф.-м.н., професор, професор кафедри математичного аналізу

Яневич Тетяна Олександрівна, к.ф.-м.н., с.н.с., доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики

Пролонговано: на 20 /20 н.р. ( ) « » 20 р.  
на 20 /20 н.р. ( ) « » 20 р.

КИЇВ – 2020

Розробник: Ральченко Костянтин Володимирович, д.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики.

ЗАТВЕДЖЕНО  
Зав. кафедри теорії ймовірностей,  
статистики та актуарної математики  
Мішура Ю.С.

Протокол № 1 від 28.08.2020 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від "31" 08 2020 року № 1

Голова науково-методичної комісії Олійник А.С. професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.  
(підпис)

**1. Мета дисципліни** – оволодіння сучасними методами, теоретичними положеннями та основними застосуваннями теорії ймовірностей, зокрема властивостями ймовірності, випадкових величин, векторів і послідовностей, методами обчислення ймовірностей випадкових подій, математичних сподівань випадкових величин.

## **2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:**

1. *Знати:* основи математичного аналізу, алгебри, дискретної математики, теорії ймовірностей у дискретних просторах елементарних подій.
2. *Вміти:* знаходити границі числових послідовностей і функцій, похідні, інтеграли, ймовірності і математичні сподівання у дискретному випадку, розв'язувати комбінаторні задачі.
3. *Володіти елементарними навичками:* розв'язування комбінаторних задач, ймовірнісних задач у дискретних просторах елементарних подій.

## **3. Анотація навчальної дисципліни:**

Навчальна дисципліна «Теорія ймовірностей» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «бакалавр» галузі знань 11 Математика та статистика зі спеціальності 112 Статистика освітньої програми «Статистика». Дана дисципліна є обов'язковою. Дисципліна «Теорія ймовірностей» вивчає математичну теорію ймовірностей, зокрема, класичне означення ймовірності, дискретні ймовірнісні простори, аксіоматичне означення ймовірності, поняття випадкової величини, математичного сподівання та дисперсії, стандартні ймовірнісні розподіли, поняття випадкового вектора, коваріації, незалежності, граничні теореми теорії ймовірностей.

Викладається у **5 та 6 семестрах 3 курсу** в обсязі **300 год.** (**10 (6 у п'ятому семестрі та 4 в шостому семестрі) кредитів ECTS<sup>1</sup>**) зокрема: *лекції – всього 76 год. (52 год. у п'ятому семестрі та 24 год. у шостому семестрі), практичні 54 год. (28 год. у п'ятому семестрі та 26 год. у шостому семестрі), самостійна робота – 162 год. (96 год. у п'ятому семестрі та 66 год. у шостому семестрі).* У курсі передбачено **5 змістових модулів та 4 модульні контрольні роботи.** Завершується дисципліна **іспитами в п'ятому і шостому семестрах.**

## **4. Завдання (навчальні цілі):**

Формування здатності розв'язувати складні спеціалізовані математичні та статистичні задачі, що характеризується комплексністю і невизначеністю умов і передбачає застосування теоретико-ймовірнісних і статистичних методів; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці та статистиці, відповідно до освітнього рівня «Бакалавр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

- 1) Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК-3).
- 2) Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК-4).
- 3) Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК-5).
- 4) Здатність спілкуватися українською мовою як усно, так і письмово (ЗК-6).
- 5) Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК-9).
- 6) Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел (ЗК-10).
- 7) Здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК-11).
- 8) Здатність працювати в команді (ЗК-12).
- 9) Здатність працювати автономно (ЗК-14).
- 10) Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків. (ЗК-15).
- 11) Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт (ЗК-16).

<sup>1</sup> кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

- 12) Здатність діяти на основі етичних міркувань (мотивів). (ЗК-17).
- 13) Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички в галузях теорії ймовірностей, математичної статистики, теорії випадкових процесів (СК-2).
- 14) Здатність здійснювати логічні математичні міркування із чітким зазначенням припущень та висновків (СК-3).
- 15) Здатність до математичного формулювання задач та вибору методів їх розв'язання (СК-4).
- 16) Здатність до кількісно-статистичного мислення (СК-5).
- 17) Здатність до ймовірнісного мислення, що передбачає сприйняття стохастичної природи явищ (СК-6).
- 18) Здатність робити якісні висновки з кількісних даних (СК-7).
- 19) Здатність розробляти експериментальні та спостережувальні дослідження та аналізувати дані цих досліджень (СК-9).
- 20) Здатність проводити дослідження ймовірнісно-статистичних моделей та інтерпретувати одержані результати (СК-10).
- 21) Здатність використання обчислювальної техніки, спеціалізованих мов програмування та програмних засобів для розв'язання задач і здобуття додаткової інформації (СК-11).
- 22) Здатність застосовувати ймовірнісно-статистичні методи в міждисциплінарному контексті (СК-12).
- 23) Здатність подавати статистичні процедури та результати їхнього застосування у формі, придатній для цільової аудиторії, до якої звертаються, як усно, так і письмово (СК-13)
- 24) Здатність до аналізу основ і властивостей статистичних алгоритмів та розуміння переваг тих чи інших підходів, у тому числі до оцінки їх обґрунтованості й ефективності (СК-14).

## 5. Результати навчання за дисципліною:

Підсумкова оцінка двосеместрової дисципліни розраховується за формулою:

$Q = 0,4 Q_1 + 0,6 Q_2$ , де  $Q_1, Q_2$  – бали в п'ятому і шостому семестрах, відповідно.

Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни	
Код	Результат навчання (Формуються розробником)				
<i>5 семестр</i>					
РН 1.1	Знати аксіоматичне означення ймовірностей	<i>Лекція, практичне заняття</i>	<i>Контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), іспит, активна робота на лекції, усні відповіді</i>	2.5%	
РН 1.2	Знати означення умовної ймовірності та незалежності			2.5%	
РН 1.3	Знати формули повної ймовірності та Байєса			2.5%	
РН 1.4	Знати граничні теореми у схемі випробувань Бернуллі			2.5%	
РН 1.5	Знати означення випадкової величини			2.5%	
РН 1.6	Знати означення та властивості математичного сподівання та дисперсії		<i>Контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), іспит, активна робота на лекції, усні відповіді</i>	2.5%	
РН 1.7	Знати стандартні ймовірнісні розподіли та їхні числові характеристики			2.5%	
РН 1.8	Знати основні ймовірнісні нерівності			<i>Іспит, активна робота на лекції, усні відповіді</i>	1%
РН 1.9	Знати різні типи збіжності послідовностей випадкових величин				1%
РН 1.10	Знати закони великих чисел та центральну граничну теорему				1%
РН 1.11	Знати означення та властивості характеристичної				1%

	функції					
PH 2.1	Вміти обчислювати ймовірність події	<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях іспит, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	4%		
PH 2.2	Вміти використовувати формули повної ймовірності та Баєса			4%		
PH 2.3	Вміти використовувати граничні теореми у схемі випробувань Бернуллі для наближеного оцінювання ймовірності			4%		
PH 2.4	Вміти визначати функцію розподілу та щільність випадкової величини			4%		
PH 2.5	Вміти обчислювати математичне сподівання та дисперсію			4%		
PH 2.6	Вміти використовувати ймовірнісні нерівності для оцінювання математичного сподівання			2,5%		
PH 2.7	Вміти перевіряти збіжність і визначати границю послідовності випадкових величин			2,5%		
PH 3.1	Здатність грамотно будувати комунікацію, виходячи з мети і ситуації спілкування	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді</i>	3,5%		
<i>6 семестр</i>						
PH 1.12	Знати означення та властивості умовного математичного сподівання	<i>Лекція, практичне заняття</i>	<i>Контрольна робота 3 (60% правильних відповідей), іспит, активна робота на лекції, усні відповіді</i>	3,5%		
PH 1.13	Знати теореми Колмогорова про один, два та три ряди			3%		
PH 1.14	Знати закони нуля та одиниці			3%		
PH 1.15	Знати узагальнені закони великих чисел			3%		
PH 1.16	Знати про принцип великих відхилень			2,5%		
PH 1.17	Знати закон повторного логарифма			2,5%		
PH 1.18	Знати ергодичну теорему			2,5%		
PH 1.19	Знати уточнення центральної граничної теореми			2,5%		
PH 2.8	Вміти обчислювати та використовувати характеристичну функцію			<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота 3 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях іспит, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	4%
PH 2.9	Вміти використовувати закон великих чисел центральну граничну теорему	5%				
PH 2.10	Вміти обчислювати умовне математичне сподівання та умовний розподіл	6,5%				
PH 2.11	Вміти використовувати теореми Колмогорова для визначення збіжності ряду майже напевно					4%





## У п'ятому семестрі.

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною;

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма іспиту – письмово-усна. Екзаменаційний білет іспиту складається із 5 завдань, перші два з яких є теоретичними, три інших – задачі. Кожне теоретичне завдання оцінюється від 0 до 8 балів, кожна задача – від 0 до 6 балів. Додатково від 0 до 6 балів студент отримує за усне опитування. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів.

### **Терміни проведення форм оцінювання:**

1. *Контрольна робота 1: на 7-му тижні п'ятого семестру.*
2. *Контрольна робота 2: на 12-му тижні п'ятого семестру.*

## У шостому семестрі.

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною;

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

Форма іспиту – письмово-усна. Екзаменаційний білет іспиту складається із 5 завдань, перші два з яких є теоретичними, три інших – задачі. Кожне теоретичне завдання оцінюється від 0 до 8 балів, кожна задача – від 0 до 6 балів. Додатково від 0 до 6 балів студент отримує за усне опитування. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів.

### **Терміни проведення форм оцінювання:**

1. *Контрольна робота 3: на 8-му тижні шостого семестру.*
2. *Контрольна робота 4: на 13-му тижні шостого семестру.*

## **7.3. Шкала відповідності оцінок**



<b>Відмінно / Excellent</b>	90-100
<b>Добре / Good</b>	75-89
<b>Задовільно / Satisfactory</b>	60-74
<b>Незадовільно / Fail</b>	0-59

## 8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

### 5-й семестр

теми	Назва теми 5-й семестр	Кількість годин				
		Лекції	Практичні заняття	Самост. робота	Контр. модульна робота	Інші форми контролю
<b>Змістовий модуль 1 „Аксиоматика теорії ймовірностей. Випадкові величини”</b>						
1	Елементарна теорія ймовірностей	10	6	16		
2	Аксиоматика теорії ймовірностей	8	4	16		
3	Випадкові величини	6	4	12	1	
<b>Змістовий модуль 2 „Інтегрування та перетворення випадкових величин”</b>						
4	Математичне сподівання	8	6	16		
5	Перетворення випадкових величин	6	4	12	1	
<b>Змістовий модуль 3 „Випадкові послідовності та граничні теореми”</b>						
6	Збіжність випадкових величин	6	4	12		
7	Граничні теореми теорії ймовірностей	8		12		
Всього годин за 5-й семестр		52	28	96	2	

### 6-й семестр

теми	Назва теми 6-й семестр	Кількість годин				
		лекції	практичні заняття	Самост. робота	Контр. модульна робота	Інші форми контролю
<b>Змістовий модуль 4 „Умовні характеристики, майже певні властивості”</b>						
1	Умовні математичні сподівання та розподіли	6	8	18		
2	Інтегрування та збіжність випадкових величин	6	6	16	1	
<b>Змістовий модуль 5 „Уточнення граничних теорем теорії ймовірностей”</b>						
3	Уточнення закону великих чисел	8	8	22		
4	Уточнення центральної граничної теореми	4	4	10	1	
Всього годин за 6-й семестр		24	26	66	2	

**Загальний обсяг 300 годин, у тому числі:  
лекції – 76 годин,**

**практичні заняття – 54 години,  
консультації – 8 годин,  
самостійна робота – 162 години.**

## **9. Рекомендовані джерела**

### **Основні:**

1. Гнеденко Б. В. Курс теорії ймовірностей. К. : ВПЦ «Київський університет», 2010.
2. Голомозий В. В., Карташов М. В., Ральченко К. В. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики. К. : ВПЦ «Київський університет», 2015.
3. Голомозий В. В., Карташов М. В., Ральченко К. В. Методичні вказівки до самостійних та лабораторних робіт з дисципліни «Додаткові розділи теорії ймовірностей». – К. : ВПЦ «Київський університет», 2015.
4. Карташов М. В. Імовірність, процеси, статистика. К. : ВПЦ «Київський університет», 2007.
5. Методичні вказівки до лабораторних та самостійних робіт з дисципліни «Теорія ймовірностей» / Упорядники: О.І. Василик, М.В. Карташов, В.П. Кнопова, Г.М. Шевченко, Р.Є. Ямненко. К. : ВПЦ «Київський університет», 2008.

### **Додаткові:**

1. Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Теория вероятностей и математическая статистика. К. : Вища школа, 1988.
2. Дороговцев А. Я., Сильвестров Д. С., Скороход А. В., Ядренко М. Й. Теория ймовірностей. Збірник задач. К.: Вища школа, 1980.
3. Феллер Дж. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М. : Мир, 1984.
4. Ширяев А. Н. Вероятность. В 2-х книгах. 3-е изд., перераб. и доп. М. : МЦНМО, 2004.
5. Ширяев А. Н. Задачи по теории вероятностей. М. : МЦНМО, 2006.