

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
Кафедра математичного аналізу



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана  
з навчальної роботи

Харитонов О.М.

« 09 » 2020 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Математичний аналіз: функції багатьох змінних  
для студентів

галузь знань	11 «Математика та статистика»
спеціальність	112 «Статистика»
освітній рівень	перший (бакалавр)
освітня програма	«Статистика»
вид дисципліни	обов'язкова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2020/2021
Семестр	3, 4
Кількість кредитів ECTS	16
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит

Викладачі: Денисьєвський Микола.Олексійович, к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри  
математичного аналізу

Шевчук Ігор Олександрович, д.ф.-м.н., професор, завідувач кафедри математичного аналізу

Пролонговано: на 20 /20 н.р. ( ) « » 20 р.  
на 20 /20 н.р. ( ) « » 20 р.

КИЇВ – 2020

Розробник: Денисьєвський Микола.Олексійович, к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри математичного аналізу

ЗАТВЕДЖЕНО

Зав. кафедри математичного аналізу

  
\_\_\_\_\_ (підпис)

Шевчук І.О.

Протокол № 1 від 28.08 2020 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від " 31 " 08 2020 року № 1

Голова науково-методичної комісії  \_\_\_\_\_ професор, д.ф.-м.н. Олійник А.С.  
(підпис)

**1. Мета дисципліни** – оволодіння сучасними методами, теоретичними положеннями та основними застосуваннями математичного аналізу, зокрема елементами теорії метричних просторів, диференціальним та інтегральним численням функцій кількох дійсних змінних, теорією інтегралів, що залежать від параметра, елементами теорії рядів та інтеграла Фур'є

## **2. Попередні вимоги до опанування навчальної дисципліни**

*Знати:* основи диференціального та інтегрального числення функцій однієї змінної, теорії скінченновимірних лінійних просторів

*Вміти:* диференціювати та інтегрувати функції однієї змінної

*Володіти елементарними навичками:* дослідження функцій однієї змінної

## **3. Анотація навчальної дисципліни:**

Навчальна дисципліна «Математичний аналіз: функції кількох змінних» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «бакалавр» галузі знань 11 математика та статистика зі спеціальності 112 Статистика освітньої програми «Статистика». Дана дисципліна є обов'язковою. Дисципліна «Математичний аналіз: функції багатьох змінних» охоплює теорію метричних просторів, диференціальне та інтегральне числення функцій кількох змінних, теорію інтегралів, що залежать від параметра, теорію рядів та інтеграла Фур'є.

Викладається у **1 та 2 семестрах 2 курсу (3-й і 4-й семестри)** в обсязі 480 год. (**16 (8 в третьому семестрі та 8 в четвертому семестрі) кредитів ECTS<sup>1</sup>**) зокрема: *лекції – всього 116 год. (56 год. у першому семестрі та 60 год. у другому семестрі), практичні 116 год. (56 год. у першому семестрі та 60 год. у другому семестрі), самостійна робота – 238 год. (122 год. у першому семестрі та 116 год. у другому семестрі)*. У курсі передбачено 4 змістових модулі та 4 модульні контрольні роботи. Завершується дисципліна **іспитами в третьому і четвертому семестрах.**

## **4. Завдання (навчальні цілі):**

Формування здатності розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов; набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці, відповідно до освітнього рівня «Бакалавр». Зокрема, професійне оволодіння компетентностями:

1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
3. Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;
4. Здатність спілкуватися українською мовою як усно, так і письмово;
5. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями;
6. Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел;
7. Здатність приймати обґрунтовані рішення;
8. Здатність працювати в команді;
9. Здатність працювати автономно;
10. Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків;
11. Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт;
12. Здатність діяти на основі етичних міркувань (мотивів);
13. Здатність застосовувати у професійній діяльності знання та навички в галузях математичного аналізу, лінійної алгебри, геометрії, логіки, теорії функцій, диференціальних рівнянь;

<sup>1</sup> кредитів ECTS – кредит кратний 30 годинам.

14. Здатність здійснювати логічні математичні міркування із чітким зазначенням припущень та висновків;
15. Здатність до математичного формулювання задач та вибору методів їх розв'язання;
16. Здатність робити якісні висновки з кількісних даних.

## 5. Результати навчання за дисципліною:

Підсумкова оцінка двосеместрової дисципліни розраховується за формулою:

$Q=0,4 Q_1+0,6 Q_2$ , де  $Q_1, Q_2$  – бали в третьому і четвертому семестрах, відповідно.

Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання (Формуються розробником)			
<i>3 семестр, ваговий коефіцієнт 0,4</i>				
РН 1.1	Знати означення метричного простору	<i>Лекція, практичне заняття</i>	<i>Іспит, контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях іспиті, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	5%
РН 2.1	Вміти досліджувати збіжність послідовностей елементів метричних просторів	<i>практичне заняття, самостійна робота</i>		
РН 1.2	Знати властивості відкритих і замкнених множин	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>		
РН 1.4	Знати означення повних і сепарабельних метричних просторів, приклади			
РН 2.2	Вміти знаходити границі відображень в метричних просторах			
РН 1.5	Знати означення неперервної функції та властивості неперервних функцій, зокрема, на компактних множинах			
РН 2.3	Вміти перевіряти неперервність функцій та використовувати властивості неперервних функцій на компактах		7.5%	
РН 1.6	Знати теорему Банаха про стискаючі відображення і приклади її застосування	<i>Лекція, самостійна робота</i>	<i>Іспит, активна робота на лекції, усні відповіді</i>	2.5%
РН 2.4	Вміти диференціювати функції кількох змінних, в тому числі, з використанням ланцюгового правила		<i>Контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях іспиті, виконання</i>	10%
РН 2.5	Знати формулу і ряд Тейлора для функцій кількох змінних і вміти їх будувати	<i>Лекція, практичне заняття</i>		2.5%
РН 2.6	Вміти досліджувати локальні екстремуми функцій кількох змінних			5%
РН 1.7	Знати теореми про локальне існування оберненого та неявного відображень			5%

			<i>завдань, винесених на</i>	
PH 1.8	Знати конструкції інтеграла по необмеженому проміжку і від необмеженої функції		<i>розв'язання задач на</i>	2.5%
PH 2.7	Вміти досліджувати збіжність інтеграла по необмеженому проміжку і від необмеженої функції	<i>практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>практичних заняттях іспиті</i>	5%
<i>4 семестр, ваговий коефіцієнт 0,6</i>				
PH 1.9	Знати властивості інтеграла, що залежить від параметра	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Іспит, (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях іспиті, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	10%
PH 2.8	Вміти використовувати властивості інтеграла, що залежить від параметра			
PH 2.9	Вміти звикористовувати властивості Ойлерових інтегралів, інтегралів Фруллані, Діріхле, Ойлера - Пуассона			
PH 1.10	Знати конструкцію і властивості кратного інтеграла по брусу	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Іспит, контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), розв'язання задач на практичних заняттях іспиті, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	2.5%
PH 2.10	Вміти зводити кратний інтеграл по брусу до повторного			5%
PH 1.11	Знати поняття вимірності за Жорданом			2.5%
PH 1.12	Знати конструкцію і властивості кратного інтеграла по вимірній множині, формулу заміни змінної			10%
PH 2.11	Вміти зводити кратний інтеграл по вимірній множині до повторного, використовувати формулу заміни змінної			
PH 1.13	Знати означення криволінійних і поверхневих інтегралів, їх фізичну інтерпретацію	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>розв'язання задач на практичних заняттях іспиті, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	5%
PH 2.12	Вміти зводити інтеграли по многовидах до кратних і обчислювати їх			
PH 1.14	Знати загальну формулу Стокса і її класичні версії в термінах фізичних понять			5%
PH 1.15	Знати умови зображення функції рядом	<i>Лекція,</i>	<i>розв'язання</i>	5%

	та інтегралом Фур'є, їх збіжності	<i>практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>задач на практичних</i>	
РН 2.13	Вміти знаходити перетворення Фур'є		<i>розв'язання задач на практичних</i>	
РН 3.1	Здатність обґрунтовувати власний погляд на задачу та формулювати робочі гіпотези, спілкуватися з колегами з питань застосування математичних методів та теорій	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді</i>	<i>5%(по 2,5% в кожному семестрі)</i>
РН 3.2.	Вироблення навиків командної роботи	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>активна робота на лекції, практичних заняттях, усні відповіді</i>	<i>5%(по 2,5% в кожному семестрі)</i>

## 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни	Програмні результати навчання																													
	РН.1	РН.2	РН.3	РН.4	РН.5	РН.6	РН.7	РН.8	РН.9	РН.10	РН.11	РН.12	РН.13	РН.14	РН.15	РН.2.1	РН.2.2	РН.2.3	РН.2.4	РН.2.5	РН.2.6	РН.2.7	РН.2.8	РН.2.9	РН.2.10	РН.2.11	РН.2.12	РН.2.13	РН.3.1	РН.3.2
<b>РН-1</b> - Здійснювати професійну письмову й усну комунікацію українською мовою та, принаймні, однією з іноземних мов	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>РН-5</b> - Володіти базовими знаннями та вміннями з фундаментальних розділів математики: математичного аналізу, алгебри, аналітичної геометрії, диференціальних рівнянь, у тому числі в частинних похідних	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

## 7. Схема формування оцінки.

### 7.1. Форми оцінювання студентів:

- оцінювання впродовж навчального періоду:

#### Оцінювання в першому семестрі

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: . РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН1.6, РН2.1, РН2.2, РН2.3, РН3.1, РН3.2 – 18 балів/11 балів;

2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: PH2.1, PH2.2, PH2.3 – 6 балів/3 бали
  3. Модульна контрольна робота 1: PH1.1, PH1.2, PH1.3, PH1.4, PH1.6, PH2.1, PH2.2, PH2.3 – 12 балів/7 балів;
  4. Модульна контрольна робота 2: PH1.7, PH2.4, PH2.5, PH2.6 – 9 балів/5 балів;
  6. Розв'язання задач на практичних заняттях: PH2.1, PH2.2, PH2.3, PH3.1, PH3.2, – 15 балів/9 балів;
- Разом 60/35

**- підсумкове оцінювання: іспит.**

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;
- результати навчання, які будуть оцінюватись: PH1.1, PH1.2, PH1.3, PH1.4, PH1.15, PH1.6, PH1.7, PH1.8, PH2.1, PH2.2, PH2.3, PH2.4, PH2.5, PH2.6, PH2.7;
- форма проведення і види завдань: письмова робота.

**Оцінювання в другому семестрі**

**- оцінювання впродовж навчального періоду:**

1. Активна робота на лекції, усні відповіді PH1.9, PH1.10, PH1.12, PH1.13, PH2.4, PH2.5, PH2.6, PH3.1, PH3.2 – 18 балів/11 балів;
  2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: PH2.4, PH2.5, PH2.6 – 6 балів/3 бали
  3. Модульна контрольна робота 3: PH1.5, PH1.6, PH2.4, PH2.5 – 12 балів/7 балів;
  4. Модульна контрольна робота 4: PH1.7, PH1.8, PH2.6 – 9 балів/5 балів;
  6. Розв'язання задач на практичних заняттях: PH2.4, PH2.5, PH2.6, PH3.1, PH3.2, – 15 балів/9 балів;
- Разом 60/35

**- підсумкове оцінювання: іспит.**

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;
- результати навчання, які будуть оцінюватись: PH1.8, PH1.6, PH1.7, PH1.8, PH2.8, PH2.9 PH2.10, 2.12, 2.13;
- форма проведення і види завдань: письмова робота.

**7.2. Організація оцінювання:**

Активна робота на лекціях передбачає домашню підготовку, відповіді на запитання лектора, розв'язання запропонованих лектором вправ, позитивні результати бліц-опитувань. Самостійна робота передбачає систематичне виконання домашніх завдань, опрацювання обов'язкової і додаткової літератури, підготовку доповідей для студентських наукових семінарів. Колоквіум проводиться в час після занять в формі співбесіди<sup>2</sup>

Критично-розрахунковий мінімум балів за навчання впродовж семестру становить **20** балів, рекомендований мінімум, розрахований з урахуванням специфіки дисципліни становить **35** балів. Студенти, які протягом семестру набрали сумарно меншу кількість балів ніж рекомендований мінімум **35** балів для підвищення балів отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та доскласти домашні завдання. Мінімальна кількість балів, які додаються до семестрових – 24 бали, тобто, якщо оцінка студента на іспиті є нижчою від мінімального порогового рівня (24 бали), то бали за іспит не додаються до семестрової оцінки (вважаються рівними нулю), а підсумкова оцінка із дисципліни є незадовільною;

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перескладання форм контролю здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу в

<sup>2</sup> Допускається оцінювання за допомогою технологій дистанційного навчання

Київському національному університеті імені Тараса Шевченка” (2018), <http://www.univ.kiev.ua/pdfs/official/Organization-of-the-educational-process.pdf>.

### Терміни проведення форм оцінювання

#### В третьому семестрі

1. Модульна контрольна робота №1: на 6-му тижні 3 семестру.
2. Модульна контрольна робота №2: на 9-му тижні 3 семестру
3. Оцінювання завдань самостійної роботи за РН2.1 на 3-му тижні, за РН2.2 на 6 тижні, за РН2.3 на 12 тижні 3 семестру

#### В четвертому семестрі

1. Модульна контрольна робота №1: на 6-му тижні 4 семестру.
2. Модульна контрольна робота №2: на 9-му тижні 4 семестру
3. Оцінювання завдань самостійної роботи за РН2.8 на 3-му тижні, за РН2.12 на 6 тижні, за РН2.13 на 12 тижні 4 семестру

Форма іспиту в кожному семестрі – письмово-усна. Екзаменаційний білет іспиту складається із 4 завдань, перші два з яких є теоретичними, два інших – задачі. Кожне завдання оцінюється від 0 до 8 балів. Додатково від 0 до 8 балів студент отримує за усне опитування. Всього за іспит можна отримати від 0 до 40 балів.

### 7.3. Шкала відповідності оцінок

<b>Відмінно / Excellent</b>	90-100
<b>Добре / Good</b>	75-89
<b>Задовільно / Satisfactory</b>	60-74
<b>Незадовільно / Fail</b>	0-59



## 8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

### 3-й семестр

теми	Назва теми	Кількість годин				
		Лекції	Практичні заняття	Самост. робота	Модульна контрольна	Інші форми контролю
<b>Змістовий модуль 1. Метричні простори</b>						
1.	Метричні простори та їхні властивості	12	10	26		
2.	Функції в метричних просторах	16	16	32		колоквіум
<b>Змістовий модуль 2. Диференціальне числення функцій кількох змінних</b>						
3.	Похідні за напрямком. Диференціали	12	14	26	2	
4.	Локальні екстремуми	4	8	15		
5.	Теореми про обернене та неявне відображення	6	2	4		
<b>Змістовий модуль 3. Невласні інтеграли</b>						
6.	Збіжність невластних інтегралів	6	6	12	2	
Всього годин за I семестр		56	56	115	4	2

### 4-й семестр

теми	Назва теми	Кількість годин				
		лекції	практичні заняття	Самост. робота	Контр. модульна робота	Інші форми контролю
<b>Змістовий модуль 4. Інтеграли, що залежать від параметра</b>						
7.	Гамма- і бета-функції Ойлера, інтеграли Фруллані, Діріхле, Ойлера - Пуассона	8	10	18	2	
<b>Змістовий модуль 5. Кратні інтеграли</b>						
8.	Кратний інтеграл і його обчислення	14	12			
9.	Вимірні за Жорданом множини	2	4			колоквіум
10.	Заміна змінної в кратному інтегралі	10	12			
<b>Змістовий модуль 6. Інтеграли по многовидах</b>						
11.	Криволінійні і поверхневі інтеграли	8	6			
12.	Формула Стокса	8	8		2	
<b>Змістовий модуль 7. Ряд та інтеграл Фур'є</b>						
13.	Ряд Фур'є	6	4			
14.	Інтеграл і перетворення Фур'є	4	4			

Всього годин за II семестр	60	60	123	4	2
----------------------------	----	----	-----	---	---

**Загальний обсяг 480 годин, у тому числі:  
лекції – 116 годин,  
практичні заняття – 116 годин,  
консультації – 10 годин,  
самостійна робота – 238 годин.**

## **9. Рекомендовані джерела**

### **Основні:**

1. Дороговцев, А.Я. Математичний аналіз: підручник. У 2 ч. Ч. 2. – К.: Либідь, 1993.
2. Денисьєвський, М.О. Збірник задач із математичного аналізу. Функції кількох змінних: навчальний посібник / М.О. Денисьєвський, А.В.Чайковський. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2012. – 288 с.

### **Додаткові:**

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. В 3 томах. – М., Дрофа.– 2004, 2006  
Т. 2. Ряды. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных.  
Т. 3. Гармонический анализ. Элементы функционального анализа.
2. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.: Наука, 1972.
3. Tu, Loring W. An Introduction to Manifolds. 2<sup>nd</sup> ed. Springer
4. Spivak M. Calculus on Manifolds. ADDISON-WESLEY PUBLISHING COMPANY
- 7 Курченко О.О., Рабець К.В. Метричні простори у курсі математичного аналізу: навчальний посібник. / О.О.Курченко, К.В.Рабець. – К., 2011. – 146 с.