

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана  
з навчальної роботи



*Кукуш* Безущак О.О.  
» *Вересень* 2018 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**  
**STATISTICS OF GAUSSIAN PROCESSES**  
для здобувачів освітньо-наукового рівня «доктор філософії»

галузь знань	11 «Математика та статистика»
спеціальність	112 «Статистика»
освітній рівень	третій (освітньо-науковий)
освітньо-наукова програма	«Статистика»
вид дисципліни	вибіркова

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2018/2019
Рік навчання	2
Кількість кредитів ECTS	4
Мова викладання, навчання та оцінювання	англійська/українська
Форма заключного контролю	екзамен

Викладачі: професор Кукуш О.Г., д.ф.-м.н.

Пролонговано: на 20<sup>19</sup>/20<sup>20</sup> н.р. *Кукуш* *Безущак* «18» *Вересень* 2019 р.  
на 20<sup>20</sup>/20<sup>21</sup> н.р. *Кукуш* *Безущак* «14» *Вересень* 2020 р.

КИЇВ – 2018

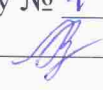
Розробник: Кукуш О.Г., д.ф.м.н., професор, професор кафедри математичного аналізу.

ЗАТВЕДЖЕНО  
Зав.кафедри теорії ймовірностей,  
статистики та актуарної математики

 Мішура Ю.С.

Протокол № 18 від 22.06.2018 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від "12" 09 2018 року № 1  
Голова науково-методичної комісії  професор, д.ф.-м.н. Курченко О.О.  
(підпис)

**1. Мета дисципліни** - оволодіння базовими поняттями лінійного регресійного аналізу з гаусовими похибками вимірювання для розв'язання задач теоретичного і прикладного характеру, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення.

**2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:**

- 1. Знати:** основні методи математичного аналізу, лінійної алгебри, теорії ймовірностей та математичної статистики.
- 2. Вміти:** проводити критичний аналіз, оцінку і синтез нових ідей і підходів в галузі статистики, самостійно застосовувати методи теорії ймовірностей і математичної статистики при розв'язанні нових задач.

**3. Анотація навчальної дисципліни:**

Дисципліна «Statistics of Gaussian processes» належить до вибіркового компонент освітньої програми, блоку дисциплін вільного вибору аспіранта. Вона забезпечує професійний розвиток, спрямована на формування концептуальних та методологічних знань у галузі математики і статистики, вміння критично аналізувати, оцінювати і синтезувати нові та комплексні ідеї, аналізувати наукові праці, формулювати методологічну базу власного наукового дослідження, здатність формулювати наукову проблему, робочі гіпотези досліджуваної проблеми. В рамках дисципліни розглядається множинна модель лінійної регресії з гаусовими похибками вимірювання, вивчаються властивості оцінки найменших квадратів параметрів регресії, будується довірчий еліпсоїд для векторного параметра регресії та довірча смуга для поверхні регресії, розв'язується задача прогнозу середнього значення відгуку та його індивідуального значення, а також перевіряються лінійні гіпотези для параметрів регресії.

**4. Завдання (навчальні цілі):** набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці, відповідно науково-освітньої кваліфікації «Доктор філософії». Зокрема, розвивати: вміння аналізувати сучасні передові концептуальні та методологічні знання; здатність проводити критичний аналіз, оцінку і синтез нових та складних ідей; здатність застосовувати теоретичні та практичні підходи математики; вміння розробляти наукові і інформаційно-освітні ресурси для розв'язання професійних задач, пов'язаних з розвитком та використанням математики і статистики. Конкретними навчальними цілями є вивчення основних положень лінійного регресійного аналізу з гаусовими та негаусовими похибками вимірювання на основі матричного аналізу, формування здатності будувати довірчі еліпсоїди та довірчі смуги, перевіряти гіпотези про параметри регресії. Набуття компетентностей:

1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК-1).
2. Навички використання новітніх інформаційних і комунікаційних технологій (ЗК-2).
3. Здатність проведення самостійних досліджень на сучасному рівні (ЗК-3).
4. Здатність до пошуку, оброблення на аналізу інформації з різних джерел (ЗК-4).
5. Здатність генерувати нові ідеї (креативність) (ЗК-5).
6. Здатність працювати в міжнародному науковому просторі (ЗК-6).
7. Здатність розробляти та управляти науковими проектами (ЗК-7).
8. Здатність до застосування теоретичних знань до розв'язання прикладних задач (ЗК-9).
9. Здатність оцінювати і забезпечувати належну якість власної наукової та прикладної роботи (ЗК-11)
10. Здатність формулювати наукову проблему, робочі гіпотези досліджуваної проблеми, що передбачає глибоке переосмислення наявних та створення нових цілісних знань та/або професійної практики (ФК-1).
11. Здатність до самостійного опрацювання та аналізу літературних джерел у галузі математичної та прикладної статистики (ФК-2).
12. Здатність формулювати математико-статистичні моделі явищ реального світу (ФК-3).

13. Здатність до вибору існуючих та створення нових методів та методик аналізу реальних статистичних даних відповідно до поставленої задачі (ФК-4).
14. Здатність до оцінки ефективності методів статистичного аналізу даних за допомогою аналітичного дослідження та імітаційного моделювання (ФК-5).
15. Здатність представляти та обґрунтовувати результати теоретичних та прикладних статистичних досліджень у формі, яка відповідає можливостям сприйняття аудиторії (ФК-6).
16. Здатність до алгоритмічної реалізації нових методів статистичного аналізу даних (ФК-7).
17. Здатність до використання сучасного програмного забезпечення для прикладного статистичного аналізу та для дослідження якості нових статистичних алгоритмів (ФК-8).
18. Знання специфічних особливостей процесів навчання статистичним методам та формування статистичного мислення (ФК-9).

## 5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			
РН 1.1	Знати формулу для обчислення оцінки найменших квадратів у множинній лінійній моделі	<i>Лекція, практичне заняття</i>	<i>Контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), екзамен, активна робота на лекції, усні відповіді</i>	10%
РН 1.2	Знати розподіл оцінки найменших квадратів у випадку гаусових похибок вимірювання			10%
РН 1.3	Знати формулу та розподіл оцінки дисперсії похибок у випадку гаусових похибок вимірювання			10%
РН 1.4	Знати формулу для коефіцієнта детермінації			10%
РН 2.1	Вміти перевіряти гіпотези про лінійний функціонал від коефіцієнтів регресії	<i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), екзамен, виконання завдань, винесених на самостійну роботу</i>	20%
РН 2.2	Вміти будувати довірчий еліпсоїд для вектора параметрів регресії та довірчу смугу для поверхні регресії			20%
РН 2.3	Вміти перевіряти лінійну гіпотезу про коефіцієнти регресії на основі F-критерію	<i>Практичне заняття, самостійна робота</i>	<i>Виступ з доповіддю за темою наукового дослідження</i>	5%
РН3.1	Здатність працювати у міжнародному просторі, обґрунтовувати власний погляд на задачу та формулювати робочі гіпотези, спілкуватися з колегами з питань застосування методів та теорій математики, писати наукові роботи			5%
РН4.1	Демонстрація авторитетності, інноваційності, високий ступінь самостійності, академічна та професійна доброчесність, послідовна відданість розвитку нових ідей або процесів у передових контекстах професійної та наукової діяльності.			5%
РН4.2	Відповідально ставитися до виконуваних робіт, нести відповідальність за їх якість			5%

## 6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Програмні результати навчання	Результати навчання дисципліни									
	РН 1.1	РН 1.2	РН 1.3	РН 1.4	РН 2.1	РН 2.2	РН 2.3	РН 3.1	РН 4.1	РН 4.2
<i>(з опису освітньої програми)</i>										
<b>ПРН-3-1.</b> Знати праці провідних зарубіжних вчених, наукові школи та фундаментальні праці у галузі дослідження, формулювати мету власного наукового дослідження як складову загально цивілізаційного процесу;	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-3-2.</b> Знати принципи фінансування науково-дослідної роботи та структуру кошторисів на її виконання, вміння підготувати запит на отримання фінансування, звітну								+	+	+
<b>ПРН-3-3.</b> Моніторинг наукових джерел інформації відносно досліджуваної проблеми.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-3-4.</b> Визначати методологічні принципи та методи наукового дослідження галузі інформаційних технологій в залежності від об'єкту і предмету, використовуючи міждисциплінарні підходи.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-3-5.</b> Використовувати сучасні інформаційні та комунікативні технології при спілкуванні, обміні інформацією, зборі, аналізі, обробці, інтерпретації джерел; здійснювати публікацію джерел;								+	+	+
<b>ПРН-3-6.</b> Знати, розуміти і застосовувати математичні концепції, методи системного аналізу і математичного моделювання.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-У-1.</b> Аналізувати сучасні передові концептуальні та методологічні знання в галузі науково-дослідницької та/або професійної діяльності і на межі предметних галузей знань	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-У-2.</b> Критичний аналіз, оцінка і синтез нових та складних ідей	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-У-3.</b> Уміти з нових дослідницьких позицій формулювати загальну методологічну базу власного наукового дослідження, усвідомлювати його актуальність, мету і значення для розвитку інших галузей науки, суспільно-політичного, економічного життя;	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-У-4.</b> Формулювати робочі гіпотези досліджуваної проблеми, які мають розширювати і поглиблювати стан наукових досліджень в обраній сфері.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

<b>ПРН-У-5.</b> Аналізувати наукові праці в галузі інформаційних технологій, виявляючи дискусійні та мало досліджені питання	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
<b>ПРН-У-6.</b> Кваліфіковано відобразити результати наукових досліджень у наукових статтях, опублікованих як у фахових вітчизняних виданнях, так і у виданнях, які входять до міжнародних наукометричних баз									+	+	+
<b>ПРН-У-7.</b> Знати, розуміти і самостійно застосовувати методи аналізу предметної області, виявлення математичних потреб і збір даних для проектування;	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-У-8.</b> Оцінювати, класифікувати і обґрунтовувати вибір методів формування вимог до статистики, формулювати вимоги;	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-У-9.</b> Аналізувати, оцінювати і вибирати сучасні інструментальні та обчислювальні засоби, технології, алгоритмічні і програмні рішення для конкретної задачі в галузі статистики;	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-У-10.</b> Формулювати, експериментально підтверджувати, обґрунтовувати і застосовувати на практиці нові конкурентоздатні ідеї, методи, технології розв'язку професійних, науково-технічних задач, в тому числі нестандартних;	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-У-11.</b> Розробляти наукові і інформаційно-освітні ресурси для розв'язання професійних задач, пов'язаних з розвитком та використанням статистики;									+	+	+
<b>ПРН-У-12.</b> Розуміти сутність інформації, проводити критичну оцінку кількості і змісту інформації	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-У-14.</b> Прогнозувати розвиток статистики	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-У-15.</b> Розуміти, аналізувати, цілеспрямовано шукати і вибирати необхідні для рішення професійних наукових задач інформаційно-довідникові та науково-технічні ресурси і джерела знань з урахуванням сучасних досягнень науки і техніки.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-У-18.</b> Формулювати наукову проблему з огляду на ціннісні орієнтири сучасного суспільства та стан її наукової розробки.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-У-19.</b> Здійснювати процедуру встановлення інформаційної цінності джерел шляхом порівняльного аналізу з іншими джерелами	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
<b>ПРН-У-20.</b> Ініціювання наукових проектів в галузі комп'ютерних наук та інформаційних систем, лідерство та повна автономність під час									+	+	+

їх реалізації										
<b>ПРН-У-23.</b> Оформляти результати досліджень у вигляді статей і доповідей на наукових конференціях.								+	+	+
<b>ПРН-У-29.</b> Працювати зі студентською аудиторією в галузі статистики, вміти організувати їх навчальний процес								+	+	+

## 7. Схема формування оцінки.

### 7.1. Форми оцінювання здобувачів освітньо-наукового ступеня:

#### - оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4 – 5 балів/3 бали;
2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: РН2.1, РН2.2 – 5 балів/3 бали;
3. Контрольна робота 1: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4 – 15 балів/9 балів;
4. Контрольна робота 2: РН2.1, РН2.2 – 15 балів/9 балів;
6. Виступ з доповіддю за темою наукового дослідження: РН2.3, РН3.1, РН4.1, РН4.2, – 20 балів/12 балів;

#### - підсумкове оцінювання: екзамен.

- максимальна кількість балів, які можуть бути отримані: 40 балів;
- результати навчання, які будуть оцінюватись: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН2.1, РН2.2;
- форма проведення і види завдань: письмова робота.

### 7.2. Організація оцінювання:

Обов'язковим є виконання завдань, винесених на самостійну роботу, та модульних контрольних робіт за графіком робочої програми.

У частину 1 входять теми 1 - 3, у частину 2 – теми 4 – 6 у частину 3 – теми 7 – 9. Обов'язковим для екзамену є виконання усіх контрольних робіт та доповідь за темою наукового дослідження до вказаної викладачем дати, перед початком екзаменаційної сесії, згідно навчального плану. Переписування чи перескладання тем не практикується..

#### Терміни проведення форм оцінювання:

1. Контрольна робота: на 3-му тижні навчального періоду.
2. Контрольна робота: на 9-му тижні навчального періоду.
3. Доповідь за темою наукового дослідження: до 7-го тижня навчального періоду.

У випадку відсутності з поважних причин відпрацювання та перездачі контрольні роботи здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу”.

### 7.3. Шкала відповідності оцінок

<b>Відмінно / Excellent</b>	90-100
<b>Добре / Good</b>	75-89
<b>Задовільно / Satisfactory</b>	60-74
<b>Незадовільно / Fail</b>	0-59

При визначенні оцінки основним є робота в семестрі. Після завершення розгляду тем проводиться письмова контрольна робота і теоретичне опитування.

## 8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

№	Назва лекції	Кількість годин		
		Лекції	Практичні	Самостійна робота
<b>Частина 1. „Основні означення, поняття. Оцінювання коефіцієнтів регресії та дисперсії похибок”</b>				
1	<b>Тема 1.</b> Вступ, основні означення та поняття. Модель множинної лінійної регресії. Оцінка найменших квадратів вектора параметрів регресії. <i>Самостійна робота:</i> Із загальних формул для оцінок вектора параметрів регресії вивести відповідні формули для скалярної лінійної моделі.	2		8
2	<b>Тема 2.</b> Властивості оцінки найменших квадратів. Теорема Гауса-Маркова. <i>Самостійна робота:</i> Застосування теореми Гауса-Маркова в задачі оцінювання значення функції регресії у фіксованій точці.	1		8
3	<b>Тема 3.</b> Оцінювання дисперсії похибки вимірювання та її розподіл у випадку гаусових похибок. <i>Самостійна робота:</i> Вивчити теорему про оптимальність оцінки дисперсії похибок.	1	1	12
<i>Контрольна робота 1</i>		2		
<b>Частина 2. „Довірчі області та перевірка гіпотез у лінійній моделі регресії”</b>				
4	<b>Тема 4.</b> Побудова довірчого еліпсоїда для вектора параметрів регресії. <i>Самостійна робота:</i> Побудувати довірчий інтервал для прогнозу середнього значення відгуку та для прогнозу індивідуального значення відгуку.	2	1	12
5	<b>Тема 5.</b> Побудова довірчої смуги для поверхні регресії методом Шеффе. <i>Самостійна робота:</i> Побудувати довірчу смугу для функції регресії в найпростішій лінійній моделі та дослідити структуру цієї смуги.	2	1	8
6	<b>Тема 6.</b> Перевірка лінійних гіпотез у множинній моделі регресії. <i>Самостійна робота:</i> Побудувати процедуру перевірки гіпотез у найпростішій лінійній моделі регресії.	2		12



<b>Частина 3. „ Коефіцієнт детермінації та поліноміальна регресія”</b>				
7	<b>Тема 7.</b> Коефіцієнт детермінації та його властивості. <i>Самостійна робота:</i> Вивчити властивості коефіцієнта детермінації у найпростішій лінійній моделі.	1	1	12
8	<b>Тема 8.</b> Поліноміальна регресія. Формула для оцінки найменших квадратів. <i>Самостійна робота:</i> Виписати оцінки коефіцієнтів регресії у квадратичній та кубічній моделях регресії.	2		12
9	<b>Тема 9.</b> Оцінювання дисперсії похибок у поліноміальній моделі. <i>Самостійна робота:</i> Вивчити питання про оптимальне планування експерименту в поліноміальній моделі.	1		12
<i>Контрольна робота 2</i>		2		
<b>ВСЬОГО</b>		18	4	96

**Загальний обсяг 120 годин, у тому числі:**  
**лекції – 18 годин,**  
**практичні заняття – 4 години,**  
**консультації – 2 години,**  
**самостійна робота – 96 годин.**

### **9. Рекомендовані джерела**

#### **Основні:**

1. Себер Дж. Линейный регрессионный анализ. - Москва, Мир, 1980. - 456 с.

#### **Додаткові:**

1. Майборода Р.Є. Регресія: лінійні моделі. - К.: ВПЦ «Київський ун-т», 2007. - 296 с.