

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра математичного аналізу

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Заступник декана
з навчальної роботи



Безущак Безущак О.О.

Вересня 2018 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
СПЛАЙНИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ
для здобувачів освітньо-наукового рівня «доктор філософії»

| | |
|---------------------------|-------------------------------|
| галузь знань | 11 «Математика та статистика» |
| спеціальність | 111 «Математика» |
| освітній рівень | третій (освітньо-науковий) |
| освітньо-наукова програма | «Математика» |
| вид дисципліни | вибіркова |

| | |
|---|-----------------------|
| Форма навчання | денна |
| Навчальний рік | 2018/2019 |
| Рік навчання | 2 |
| Кількість кредитів ECTS | 4 |
| Мова викладання, навчання та оцінювання | англійська/українська |
| Форма заключного контролю | екзамен |

Викладачі: професор Шевчук Ігор Олександрович, д.ф.-м.н.

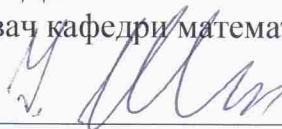
Пролонговано: на 20 *19/2020* н.р. *Безущак* (*Безущак*) «*18*» *вересня* 2019 р.
на 20 /20 н.р. () « » 20 р.

КИЇВ – 2018

Розробник: зав. кафедри математичного аналізу, **Шевчук Ігор Олександрович д.ф.-м.н., професор**

ЗАТВЕРДЖЕНО

Завідувач кафедри математичного аналізу



Шевчук І.О.

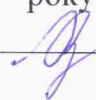
(підпис)

Протокол № 1 від «5» 09 2018 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від «12» 09 2018 року № 1

Голова науково-методичної комісії



професор, д.ф.-м.н. Курченко О.О.

(підпис)

1. Мета дисципліни Розвиток навичок розв'язання комплексних проблем в галузі математики, використання новітніх інформаційних і комунікаційних технологій, здатності до абстрактного мислення, здатності до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел, вміння генерувати нові ідеї, навичок роботи в міжнародному науковому просторі, навичок формулювання дослідницьких задач з математики, вміння формулювати і строго доводити математичні твердження, перевіряти правильність їх доведень, навички розв'язання задач теорії сплайнів.

2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:

1. *Знати:* основні методи математичного аналізу, теорії функцій, функціонального аналізу, дискретної математики, теорії наближених обчислень, математичного моделювання.
2. *Вміти:* проводити критичний аналіз, оцінку і синтез нових ідей і підходів в галузі математики, самостійно застосовувати методи математичного аналізу, теорії функцій, функціонального аналізу, дискретної математики, теорії наближених обчислень, математичного моделювання при розв'язанні нових задач.

3. Анотація навчальної дисципліни:

Дисципліна «Сплайни та їх застосування» належить до вибіркових компонент освітньої програми, блоку дисциплін вільного вибору аспіранта. Вона забезпечує професійний розвиток, спрямована на формування концептуальних та методологічних знань у галузі математики, вміння критично аналізувати, оцінювати і синтезувати нові та комплексні ідеї, аналізувати наукові праці, формулювати методологічну базу власного наукового дослідження, здатність формулювати наукову проблему, робочі гіпотези досліджуваної проблеми. В рамках дисципліни вивчаються основні поняття та методи теорії сплайнів та її застосування.

4. Завдання (навчальні цілі): набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці, відповідно науково-освітньої кваліфікації «Доктор філософії». Зокрема, розвивати: вміння аналізувати сучасні передові концептуальні та методологічні знання; здатність проводити критичний аналіз, оцінку і синтез нових та складних ідей; здатність застосовувати теоретичні та практичні підходи математики; вміння розробляти наукові і інформаційно-освітні ресурси для розв'язання професійних задач, пов'язаних з розвитком та використанням математики; побудови різних форм сплайн-апроксимації та їх застосування. Набуття компетентностей

1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК-1).
2. Навички використання новітніх інформаційних і комунікаційних технологій (ЗК-2).
3. Здатність проведення самостійних досліджень на сучасному рівні (ЗК-3).
4. Здатність до пошуку, оброблення на аналізу інформації з різних джерел (ЗК-4).
5. Здатність генерувати нові ідеї (креативність) (ЗК-5).
6. Здатність працювати в міжнародному науковому просторі (ЗК-6).
7. Здатність розробляти та управляти науковими проектами (ЗК-7).
8. Здатність чітко формулювати і строго доводити математичні твердження (ЗК-8).
9. Здатність формулювати дослідницькі математичні задачі (ЗК-9).
10. Здатність розв'язувати задачі з нових розділів математики (ЗК-10).
11. Вміння встановлювати зв'язки між абстрактними математичними структурами і конкретними математичними об'єктами (ЗК-11).
12. Здатність перевіряти правильність доведень математичних тверджень (ЗК-12).
13. Здатність будувати, досліджувати і аналізувати математичні моделі процесів і явищ з використанням методів геометрії та топології, інтегральних та диференціальних рівнянь,

математичної фізики, алгебри та теорії чисел, математичного аналізу, теорії ймовірностей, дискретної математики та теорії алгоритмів (ФК-1).

14. Здатність проводити наукові дослідження з математики і використовувати математичні методи для аналізу математичних моделей сучасного природознавства, соціо-гуманітарних наук і техніки (ФК-2).

15. Вміння використовувати методи геометрії та топології, інтегральних та диференціальних рівнянь, математичної фізики, алгебри та теорії чисел, математичного аналізу, теорії ймовірностей, дискретної математики та теорії алгоритмів при аналізі задач на предмет коректності та дослідженні зв'язків між математичними структурами (ФК-3).

16. Вміння досліджувати задачі теорії інтегральних та диференціальних рівнянь, математичної фізики, алгебри та теорії чисел, теорії ймовірностей, дискретної математики та теорії алгоритмів, математичного аналізу, геометрії та топології засобами інших розділів математики (ФК-4).

17. Здатність до оцінки адекватності математичної моделі об'єкту за допомогою аналітичного дослідження та імітаційного моделювання (ФК-5).

18. Здатність представляти та обґрунтовувати результати теоретичних та прикладних математичних досліджень у формі, яка відповідає можливостям сприйняття аудиторії.

19. Здатність до використання сучасного математичного програмного забезпечення для супроводження теоретичних досліджень, підтвердження теоретичних результатів і висунення гіпотез (ФК-7).

20. Здатність застосовувати алгебраїчні, геометричні, асимптотичні, ймовірнісно-стохастичні, динамічні методи та методи диференціальних рівнянь та математичного аналізу до розв'язування задач математики (СК-8).

21. Здатність застосовувати теоретико-ймовірнісні методи і методи фінансової математики, топологічні, алгебраїчні, комбінаторні, категорні методи та методи теорії узагальнених функцій, стохастичного аналізу, інтегральних та диференціальних рівнянь і математичного аналізу для досліджень в сучасній математиці (ФК-9).

22. Здатність здійснювати попередні експериментальні дослідження математичних задач з використанням інформаційних технологій та аналізувати отримані дані (ФК-10).

23. Здатність формулювати наукову проблему, робочі гіпотези досліджуваної проблеми, що передбачає глибоке переосмислення наявних та створення нових цілісних знань та/або професійної практики (ФК-11).

5. Результати навчання за дисципліною:

| Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність) | | Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання | Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності) | Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни |
|--|---|--|---|--|
| Код | Результат навчання | | | |
| РН 1.1 | Знати побудову ідеальних сплайнів Ейлера та їх властивості. | <i>Лекція, практичне заняття</i> | <i>Контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), екзамен, активна робота на лекції, усні відповіді</i> | 10% |
| РН 1.2 | Знати нерівності Колмогорова про похідні | | | 10% |
| РН 1.3 | Знати конструкцію В-сплайнів та їх властивості | | | 10% |
| РН 1.4 | Знати теореми про допустимі крайові умови єдиності та існування інтерполяційних сплайнів мінімального дефекту | | | 10% |
| РН 2.1 | Вміти будувати інтерполяційні кубічні сплайни мінімального дефекту, а також сплайни непарного степеня. | <i>Лекція, практичне заняття, самостійна робота</i> | <i>Контрольна робота 2 (60% правильних відповідей), екзамен, виконання</i> | 20% |
| РН 2.2 | Вміти визначати гладкість функції, і з її допомогою оцінювати похибку наближення функції сплайнами. | | | 20% |

| | | | | |
|--------|---|--------------------------------------|---|----|
| | | | завдань, винесених на самостійну роботу | |
| РН 2.3 | Вміти застосовувати К-функціонали до доведення теорем Субботіна, Вітнея та інших тверджень теорії функцій. | Практичне заняття, самостійна робота | Виступ з доповіддю за темою наукового дослідження | 5% |
| РН3.1 | Здатність працювати у міжнародному просторі, обґрунтовувати власний погляд на задачу та формулювати робочі гіпотези, спілкуватися з колегами з питань застосування методів та теорій математики, писати наукові роботи | | | 5% |
| РН4.1 | Демонстрація авторитетності, інноваційність, високий ступінь самостійності, академічна та професійна доброчесність, послідовна відданість розвитку нових ідей або процесів у передових контекстах професійної та наукової діяльності. | | | 5% |
| РН4.2 | Відповідально ставитися до виконуваних робіт, нести відповідальність за їх якість | | | 5% |

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

| Програмні результати навчання (з опису освітньої програми) | Результати навчання дисципліни | | | | | | | | | | |
|---|--------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--|
| | РН 1.1 | РН 1.2 | РН 1.3 | РН 1.4 | РН 2.1 | РН 2.2 | РН 2.3 | РН 3.1 | РН 4.1 | РН 4.2 | |
| ПРН-3-4. Визначати методологічні принципи та методи наукового дослідження галузі інформаційних технологій в залежності від об'єкту і предмету, використовуючи міждисциплінарні підходи. | + | | | | | | | + | + | + | |
| ПРН-3-5. Використовувати сучасні інформаційні та комунікативні технології при спілкуванні, обміні інформацією, зборі, аналізі, обробці, інтерпретації джерел; здійснювати публікацію джерел | + | | | | | | | + | + | + | |
| ПРН-3-6. Знати, розуміти і застосовувати математичні концепції, методи системного аналізу і математичного моделювання. | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | |
| ПРН-У-1. Аналізувати сучасні передові концептуальні та методологічні знання в галузі науково-дослідницької та/або професійної діяльності і на межі предметних галузей знань | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | |
| ПРН-У-2. Критичний аналіз, оцінка і синтез нових та складних ідей | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | |
| ПРН-У-3. Уміти з нових дослідницьких позицій формулювати загальну методологічну базу власного наукового дослідження, усвідомлювати його актуальність, мету і значення для розвитку інших галузей науки, суспільно-політичного, економічного життя; | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | |

| | | | | | | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ПРН-У-7. Знати, розуміти і самостійно застосовувати методи аналізу предметної області, виявлення математичних потреб і збір даних для проектування; | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | |
| ПРН-У-8. Оцінювати, класифікувати і обґрунтовувати вибір методів формування вимог до математики, формулювати вимоги; | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | |
| ПРН-У-9. Аналізувати, оцінювати і вибирати сучасні інструментальні та обчислювальні засоби, технології, алгоритмічні і програмні рішення для конкретної задачі в галузі математики; | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | |
| ПРН-У-10. Формулювати, експериментально підтверджувати, обґрунтовувати і застосовувати на практиці нові конкурентоздатні ідеї, методи, технології розв'язку професійних, науково-технічних задач, в тому числі нестандартних; | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | |
| ПРН-У-11. Розробляти наукові і інформаційно-освітні ресурси для розв'язання професійних задач, пов'язаних з розвитком та використанням математики; | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | |
| ПРН-У-15. Розуміти, аналізувати, цілеспрямовано шукати і вибирати необхідні для рішення професійних наукових задач інформаційно-довідникові та науково-технічні ресурси і джерела знань з урахуванням сучасних досягнень науки і техніки. | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | |
| ПРН-У-19. Здійснювати процедуру встановлення інформаційної цінності джерел шляхом порівняльного аналізу з іншими джерелами | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | |
| ПРН-У-27. Здатність саморозвиватися і самовдосконалюватися, нести відповідальність за новизну наукових досліджень та прийняття експертних рішень. | | | | | | | | | + | + | + |
| ПРН-У-28. Здатність приймати обґрунтовані рішення, мотивувати людей та рухатися до спільної мети. | | | | | | | | | + | + | + |

7. Схема формування оцінки.

7.1. Форми оцінювання здобувачів освітньо-наукового ступеня:

- оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4 – 5 балів/3 бали;
2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: РН2.1, РН2.2 – 5 балів/3 бали;
3. Контрольна робота 1: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4 – 15 балів/9 балів;
4. Контрольна робота 2: РН2.1, РН2.2 – 15 балів/9 балів;
6. Виступ з доповіддю за темою наукового дослідження: РН2.3, РН3.1, РН4.1, РН4.2, – 20 балів/12 балів;

- підсумкове оцінювання: екзамен.

- максимальна кількість балів які можуть бути отримані: 40 балів;

- результати навчання які будуть оцінюватись: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН2.1, РН2.2;
- форма проведення і види завдань: письмова робота.

7.2. Організація оцінювання:

Обов'язковим є виконання завдань, винесених на самостійну роботу, та модульних контрольних робіт за графіком робочої програми.

У частину 1 входять теми 1 - 3, у частину 2 – теми 4 – 6 у частину 3 – теми 7 – 9. Обов'язковим для екзамену є виконання усіх контрольних робіт та доповідь за темою наукового дослідження до вказаної викладачем дати, перед початком екзаменаційної сесії, згідно навчального плану. Переписування чи перекладання тем не практикується..

Терміни проведення форм оцінювання:

1. Контрольна робота: до 5 тижня навчального періоду.
2. Контрольна робота: до 13 тижня навчального періоду.
3. Доповідь за темою наукового дослідження: до 10 тижня навчального періоду.

У випадку відсутності з поважних причин відпрацювання та перездачі контрольні роботи здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу”.

7.3. Шкала відповідності оцінок

| | |
|----------------------------------|--------|
| Відмінно / Excellent | 90-100 |
| Добре / Good | 75-89 |
| Задовільно / Satisfactory | 60-74 |
| Незадовільно / Fail | 0-59 |

При визначенні оцінки визначальною є робота в семестрі. Після завершення розгляду тем проводяться письмові контрольні роботи та теоретичне опитування.

8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

| № | Назва лекції | Кількість годин | | |
|--|---|-----------------|-----------|----------------------|
| | | Лекції | Практичні | Самостійна робота |
| Частина 1. „Вступ. Ідеальні сплайни Ейлера та їх застосування до доведення нерівності Колмогорова для похідних” | | | | |
| 1 | Тема 1. Вступ. основні означення та поняття. Гладкість сплайна, дефект сплайна. Інтерполяційні сплайни. Практичні застосування кубічних сплайнів <i>Самостійна робота:</i> На прикладі задач по темі дисертаційної роботи провести аналіз та визначення гладкості об’єктів, що розглядаються.. | 1 | | 8 |
| 2 | Тема 2. Ідеальні сплайни Ейлера. Їх розклади в ряд Фур’є. Сталі Фавара. Множина класів звідності. <i>Самостійна робота:</i> Застосування методу розкладу у функціональний ряд по темі дисертаційної роботи. Встановлення верхньої та нижньої оцінок сталих Фавара. | 2 | | 12 |
| 3 | Тема 3. Нерівність Колмогорова для похідних. Застосування ідеальних сплайнів Ейлера до доведення основної леми. <i>Самостійна робота:</i> Описати методи оцінювання похідних по темі дисертаційної роботи. | 2 | 2 | 8 |
| <i>Контрольна робота 1</i> | | 1 | | |
| Частина 2. „Базиси сплайнів. В-сплайни. Єдиність. Існування” | | | | |
| 4 | Тема 4. Базиси сплайнів. В-сплайни та їх властивості. <i>Самостійна робота:</i> Тотожність Поповічіу та її доведення. Описати метод розкладу у телескопічну суму (наприклад із теми дисертаційної роботи). | 2 | | 12 |
| 5 | Тема 5. Екстремальні властивості сплайнів. Теорема Холідея. <i>Самостійна робота:</i> З’ясувати механічний смисл теореми Холідея. | 2 | | 8 |
| 6 | Тема 6. Допустимий набір крайових умов. Єдиність. Доведення існування кубічних сплайнів для допустимого набору крайових умов. <i>Самостійна робота:</i> Довести теорему про існування іртерполяційних сплайнів непарного степеня мінімального дефекту для допустимого набору крайових умов (узагальнити доведення для кубічних сплайнів) . | 2 | 2 | 12 |
| Частина 3. „ Оцінки наближення сплайнами та їх застосування до поперечників. К-функціонал Петре” | | | | |

| | | | | |
|----------------------------|---|----|---|----|
| 7 | Тема 7. Оцінки наближення періодичними сплайнами функцій просторів Соболева.. <i>Самостійна робота:</i> Вивчити основні властивості просторів Соболева $W^r(R)$. | 2 | | 12 |
| 8 | Тема 8. Поперечники. Теореми Тихомірова про поперечники просторів Соболева. <i>Самостійна робота:</i> Вивчити доведення лем про оцінки норм періодичних сплайнів та їх похідних. | 2 | | 12 |
| 9 | Тема 9. К-функціонал Петре та його застосування до оцінки наближення сплайнами. <i>Самостійна робота:</i> Застосування К-функціонала Петре до доведення нерівності Вітнея. Задачі Сендова та теорема Гауса-Лукача. | 1 | | 12 |
| <i>Контрольна робота 2</i> | | 1 | | |
| ВСЬОГО | | 18 | 4 | 96 |

Загальний обсяг 120 годин, в тому числі:

Лекцій – **18 годин**,

Практичних занять – **4 години**

Консультації - **2 години**.

Самостійна робота – **96 години**.

9. Рекомендовані джерела

Основні:

1. Альберг Дж., Нильсон Э. Ущлш Дж. Теория сплайнов и ее приложения. М: Мир, 1972 г., 319 стр.
2. Де Бор К. Практическое руководство по спллайнам. М.:Радио и связь, 1985. -304
3. Корнейчук Н.П. Сплайны в терии приближения М.: Наука, 1984. — 356 с
4. Шевчук І.О., Примак А.В. Теорія наближень. Сайт механіко-математичного факультету, 1911.—74 с.
http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2018/03/teoriya_nablyzhen.pdf

Додаткові:

5. Квасов Б.И. Методы изометрической фшпроксимации сплайнами. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2006. - 360 с..
6. [Корнейчук, Н. П., Бабенко, В. Ф., Лузун, А. А. Экстремальные свойства полиномов и сплайнов.](#) — К.: Наукова думка, 1992. — 304 с.
7. DeVore, R. A., Lorentz G. G., Constructive Approximation // Springer Verlag, Berlin, 1993.
8. Lorentz, G. G., M. v. Golitschek, Y. Makovoz, Constructive Approximation // Springer Verlag, Berlin, 1996
9. Kopotun K.A, Prymak A.V., Shevchuk I.O. Introduction to Approximation theory. Study guide. Сайт механіко-математичного факультету, 2018, 79 с.

