

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра алгебри та математичної логіки

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Заступник декана
з навчальної роботи



Безущак Безущак О.О.
Вересня 2018 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
COMMUTATIVE ALGEBRA AND ITS
APPLICATIONS

для здобувачів освітньо-наукового рівня «доктор філософії»

| | |
|---------------------------|-------------------------------|
| галузь знань | 11 «Математика та статистика» |
| спеціальність | 111 «Математика» |
| освітній рівень | третій (освітньо-науковий) |
| освітньо-наукова програма | «Математика» |
| вид дисципліни | вибіркова |

| | |
|---|-----------------------|
| Форма навчання | денна |
| Навчальний рік | 2018/2019 |
| Рік навчання | 2 |
| Кількість кредитів ECTS | 4 |
| Мова викладання, навчання та оцінювання | англійська/українська |
| Форма заключного контролю | екзамен |

Викладачі: професор Петравчук Анатолій Петрович, д.ф.-м.н.

Пролонговано: на 20 *19*/20 *20* н.р. *Безущак* *18* вересня 20 *19* р.
на 20 /20 н.р. () « » 20 р.

КИЇВ – 2018

Розробник: зав. кафедри алгебри та математичної логіки **Петравчук Анатолій Петрович**,
д.ф.-м.н., професор

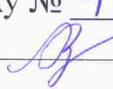
ЗАТВЕРДЖЕНО

Завідувач кафедри «Алгебри та математичної логіки»


_____ Петравчук А.П.,
(підпис)

Протокол №1 від «31» 08 2018 р.

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол від «12» 09 2018 року № 1
Голова науково-методичної комісії  _____ професор, д.ф.-м.н. Курченко
О.О.
(підпис)

- 1. Мета дисципліни** Розвиток навичок розв'язання комплексних проблем в галузі математики, використання новітніх інформаційних і комунікаційних технологій, здатності до абстрактного мислення, здатності до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел, вміння генерувати нові ідеї, навичок роботи в міжнародному науковому просторі, навичок формулювання дослідницьких задач з математики, вміння формулювати і строго доводити математичні твердження, перевіряти правильність їх доведень, навички розв'язання задач.

2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни:

- 1. Знати:** основні методи геометрії та топології, інтегральних та диференціальних рівнянь, математичної фізики, алгебри та теорії чисел, математичного аналізу, теорії ймовірностей, дискретної математики та теорії алгоритмів.
- 2. Вміти:** проводити критичний аналіз, оцінку і синтез нових ідей і підходів в галузі математики, самостійно застосовувати методи геометрії та топології, інтегральних та диференціальних рівнянь, математичної фізики, алгебри та теорії чисел, математичного аналізу, теорії ймовірностей, дискретної математики та теорії алгоритмів при розв'язанні нових задач.

3. Анотація навчальної дисципліни:

Дисципліна «Commutative algebra and its applications» належить до вибіркового компонент освітньої програми, блоку дисциплін вільного вибору аспіранта. Вона забезпечує професійний розвиток, спрямована на формування концептуальних та методологічних знань у галузі математики, вміння критично аналізувати, оцінювати і синтезувати нові та комплексні ідеї, аналізувати наукові праці, формулювати методологічну базу власного наукового дослідження, здатність формулювати наукову проблему, робочі гіпотези досліджуваної проблеми. В рамках дисципліни вивчаються основні методи теорії комутативних кілець, теорії модулів над кільцями, теорії скінченних полів та застосувань комутативної алгебри в криптографії і теорії кодування.

4. Завдання (навчальні цілі): набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні новітніх досягнень у математиці, відповідно науково-освітньої кваліфікації «Доктор філософії». Зокрема, розвивати: вміння аналізувати сучасні передові концептуальні та методологічні знання; здатність проводити критичний аналіз, оцінку і синтез нових та складних ідей; здатність застосовувати теоретичні та практичні підходи математики; вміння розробляти наукові і інформаційно-освітні ресурси для розв'язання професійних задач, пов'язаних з розвитком та використанням математики, зокрема теорії кодування та криптографії. Набуття компетентностей:

1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК-1).
2. Навички використання новітніх інформаційних і комунікаційних технологій (ЗК-2).
3. Здатність проведення самостійних досліджень на сучасному рівні (ЗК-3).
4. Здатність до пошуку, оброблення на аналізу інформації з різних джерел (ЗК-4).
5. Здатність генерувати нові ідеї (креативність) (ЗК-5).
6. Здатність працювати в міжнародному науковому просторі (ЗК-6).
7. Здатність розробляти та управляти науковими проектами (ЗК-7).
8. Здатність чітко формулювати і строго доводити математичні твердження (ЗК-8).
9. Здатність формулювати дослідницькі математичні задачі (ЗК-9).
10. Здатність розв'язувати задачі з нових розділів математики (ЗК-10).
11. Вміння встановлювати зв'язки між абстрактними математичними структурами і конкретними математичними об'єктами (ЗК-11).
12. Здатність перевіряти правильність доведень математичних тверджень (ЗК-12).
13. Здатність будувати, досліджувати і аналізувати математичні моделі процесів і явищ з використанням методів геометрії та топології, інтегральних та диференціальних рівнянь,

- математичної фізики, алгебри та теорії чисел, математичного аналізу, теорії ймовірностей, дискретної математики та теорії алгоритмів (ФК-1).
14. Здатність проводити наукові дослідження з математики і використовувати математичні методи для аналізу математичних моделей сучасного природознавства, соціо-гуманітарних наук і техніки (ФК-2).
 15. Вміння використовувати методи геометрії та топології, інтегральних та диференціальних рівнянь, математичної фізики, алгебри та теорії чисел, математичного аналізу, теорії ймовірностей, дискретної математики та теорії алгоритмів при аналізі задач на предмет коректності та дослідженні зв'язків між математичними структурами (ФК-3).
 16. Вміння досліджувати задачі теорії інтегральних та диференціальних рівнянь, математичної фізики, алгебри та теорії чисел, теорії ймовірностей, дискретної математики та теорії алгоритмів, математичного аналізу, геометрії та топології засобами інших розділів математики (ФК-4).
 17. Здатність до оцінки адекватності математичної моделі об'єкту за допомогою аналітичного дослідження та імітаційного моделювання (ФК-5).
 18. Здатність представляти та обґрунтовувати результати теоретичних та прикладних математичних досліджень у формі, яка відповідає можливостям сприйняття аудиторії.
 19. Здатність до використання сучасного математичного програмного забезпечення для супроводження теоретичних досліджень, підтвердження теоретичних результатів і висунення гіпотез (ФК-7).
 20. Здатність застосовувати алгебраїчні, геометричні, асимптотичні, ймовірнісно-стохастичні, динамічні методи та методи диференціальних рівнянь та математичного аналізу до розв'язування задач математики (СК-8).
 21. Здатність застосовувати теоретико-ймовірнісні методи і методи фінансової математики, топологічні, алгебраїчні, комбінаторні, категорні методи та методи теорії узагальнених функцій, стохастичного аналізу, інтегральних та диференціальних рівнянь і математичного аналізу для досліджень в сучасній математиці (ФК-9).
 22. Здатність здійснювати попередні експериментальні дослідження математичних задач з використанням інформаційних технологій та аналізувати отримані дані (ФК-10).
 23. Здатність формулювати наукову проблему, робочі гіпотези досліджуваної проблеми, що передбачає глибоке переосмислення наявних та створення нових цілісних знань та/або професійної практики (ФК-11).

5. Результати навчання за дисципліною:

| Результат навчання (РН) (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність) | | Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання | Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності) | Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни |
|--|--|--|---|--|
| Код | Результат навчання | | | |
| РН 1.1 | Знати теорію скінченних полів, методи їх побудови, будову групи автоморфізмів | <i>Лекція, практичне заняття</i> | <i>Контрольна робота 1 (60% правильних відповідей), екзамен, активна робота на лекції, усні відповіді</i> | 10% |
| РН 1.2 | Знати означення сліду, норми елемента в розширеннях полів, властивості коренів незвідних многочленів, властивості кругових многочленів | | | 10% |
| РН 1.3 | Знати теорію комутативних кілець, зокрема нетерових і артинових кілець, теорію модулів над ними. | | | 10% |
| РН 1.4 | Знати теорію дискретно нормованих кілець, дедекіндових областей, поповнення та топології на кільцях | | | 10% |
| РН 2.1 | Вміти будувати скінченні поля, перевіряти многочлени на незвідність, знаходити сліди і норми | | | <i>Лекція, практичне</i> |

| | | | | |
|--------|---|---|--|-----|
| | елементів в розширеннях скінченних полів | заняття, самостійна робота | правильних відповідей), екзамен, виконання завдань, винесених на самостійну роботу | |
| РН 2.2 | Вміти застосовувати теорію скінченних полів в криптографії та теорії кодування, зокрема, в еліптичній криптографії та циклічних кодах | | | 20% |
| РН 2.3 | Вміти застосовувати теорію кілець, зокрема нетерових для розв'язання задач із теорії чисел, диференціальної алгебри та інших розділів математики | Практичне заняття, самостійна робота | Виступ з доповіддю за темою наукового дослідження | 5% |
| РН3.1 | Здатність працювати у міжнародному просторі, обґрунтовувати власний погляд на задачу та формулювати робочі гіпотези, спілкуватися з колегами з питань застосування методів та теорій математики, писати наукові роботи | | | 5% |
| РН4.1 | Демонстрація авторитетності, інноваційності, високий ступінь самостійності, академічна та професійна доброчесність, послідовна відданість розвитку нових ідей або процесів у передових контекстах професійної та наукової діяльності. | | | 5% |
| РН4.2 | Відповідально ставитися до виконуваних робіт, нести відповідальність за їх якість | | | 5% |

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

| Програмні результати навчання | Результати навчання дисципліни | | | | | | | | | |
|--|--------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | РН 1.1 | РН 1.2 | РН 1.3 | РН 1.4 | РН 2.1 | РН 2.2 | РН 2.3 | РН 3.1 | РН 4.1 | РН 4.2 |
| <i>(з опису освітньої програми)</i> | | | | | | | | | | |
| ПРН-3-4. Визначати методологічні принципи та методи наукового дослідження галузі інформаційних технологій в залежності від об'єкту і предмету, використовуючи міждисциплінарні підходи. | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + |
| ПРН-3-5. Використовувати сучасні інформаційні та комунікативні технології при спілкуванні, обміні інформацією, зборі, аналізі, обробці, інтерпретації джерел; здійснювати публікацію джерел | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + |
| ПРН-3-6. Знати, розуміти і застосовувати математичні концепції, методи системного аналізу і математичного моделювання. | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + |
| ПРН-У-1. Аналізувати сучасні передові концептуальні та методологічні знання в галузі науково-дослідницької та/або професійної діяльності і на межі предметних галузей знань | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + |
| ПРН-У-2. Критичний аналіз, оцінка і синтез нових та складних ідей | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + |
| ПРН-У-3. Уміти з нових дослідницьких позицій формулювати загальну методологічну базу | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + |

| | | | | | | | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| власного наукового дослідження, усвідомлювати його актуальність, мету і значення для розвитку інших галузей науки, суспільно-політичного, економічного життя; | | | | | | | | | | | | |
| ПРН-У-7. Знати, розуміти і самостійно застосовувати методи аналізу предметної області, виявлення математичних потреб і збір даних для проектування; | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | | |
| ПРН-У-8. Оцінювати, класифікувати і обґрунтовувати вибір методів формування вимог до математики, формулювати вимоги; | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | | |
| ПРН-У-9. Аналізувати, оцінювати і вибирати сучасні інструментальні та обчислювальні засоби, технології, алгоритмічні і програмні рішення для конкретної задачі в галузі математики; | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | | |
| ПРН-У-10. Формулювати, експериментально підтверджувати, обґрунтовувати і застосовувати на практиці нові конкурентоздатні ідеї, методи, технології розв'язку професійних, науково-технічних задач, в тому числі нестандартних; | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | | |
| ПРН-У-11. Розробляти наукові і інформаційно-освітні ресурси для розв'язання професійних задач, пов'язаних з розвитком та використанням математики; | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | | |
| ПРН-У-15. Розуміти, аналізувати, цілеспрямовано шукати і вибирати необхідні для рішення професійних наукових задач інформаційно-довідникові та науково-технічні ресурси і джерела знань з урахуванням сучасних досягнень науки і техніки. | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | | |
| ПРН-У-19. Здійснювати процедуру встановлення інформаційної цінності джерел шляхом порівняльного аналізу з іншими джерелами | + | + | + | + | + | + | + | + | + | + | | |
| ПРН-У-27. Здатність саморозвиватися і самовдосконалюватися, нести відповідальність за новизну наукових досліджень та прийняття експертних рішень. | | | | | | | | | + | + | + | |
| ПРН-У-28. Здатність приймати обґрунтовані рішення, мотивувати людей та рухатися до спільної мети. | | | | | | | | | | + | + | + |

7. Схема формування оцінки.

7.1. Форми оцінювання здобувачів освітньо-наукового ступеня:

- оцінювання впродовж навчального періоду:

1. Активна робота на лекції, усні відповіді: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4 – 5 балів/3 бали;
2. Виконання завдань, винесених на самостійну роботу: РН2.1, РН2.2 – 5 балів/3 бали;
3. Контрольна робота 1: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4 – 15 балів/9 балів;
4. Контрольна робота 2: РН2.1, РН2.2 – 15 балів/9 балів;

б. Виступ з доповіддю за темою наукового дослідження: РН2.3, РН3.1, РН4.1, РН4.2, – 20 балів/12 балів;

- підсумкове оцінювання: екзамен.

- максимальна кількість балів які можуть бути отримані: 40 балів;

- результати навчання які будуть оцінюватись: РН1.1, РН1.2, РН1.3, РН1.4, РН2.1, РН2.2;

- форма проведення і види завдань: письмова робота.

7.2. Організація оцінювання:

Обов'язковим є виконання завдань, винесених на самостійну роботу, та модульних контрольних робіт за графіком робочої програми.

У частину 1 входять теми 1 - 3, у частину 2 – теми 4 – 6 у частину 3 – теми 7 – 9. Обов'язковим для екзамену є виконання усіх контрольних робіт та доповідь за темою наукового дослідження до вказаної викладачем дати, перед початком екзаменаційної сесії, згідно навчального плану. Переписування чи перескладання тем не практикується..

Терміни проведення форм оцінювання:

1. Контрольна робота: до 5 тижня навчального періоду.

2. Контрольна робота: до 13 тижня навчального періоду.

3. Доповідь за темою наукового дослідження: до 10 тижня навчального періоду.

У випадку відсутності з поважних причин відпрацювання та прездачі контрольні роботи здійснюються у відповідності до „Положення про організацію освітнього процесу”.

7.3. Шкала відповідності оцінок

| | |
|----------------------------------|--------|
| Відмінно / Excellent | 90-100 |
| Добре / Good | 75-89 |
| Задовільно / Satisfactory | 60-74 |
| Незадовільно / Fail | 0-59 |

При визначені оцінки визначальною є робота в семестрі. Після завершення розгляду тем проводяться письмові контрольні роботи та теоретичне опитування.

8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

| № | Назва лекції | Кількість годин | | |
|--|--|-----------------|-----------|----------------------|
| | | Лекції | Практичні | Самостійна робота |
| Частина 1. ,, Будова скінченних полів ” | | | | |
| 1 | Тема 1. Характеризація скінченних полів. Теорема про існування та єдиність скінченних полів. Критерій підполя <i>Самостійна робота:</i> На прикладі задач по темі дисертаційної роботи навчитися будувати скінченні поля та проводити обчислення в них | 2 | | 10 |
| 2 | Тема 2. Корені незвідних многочленів над скінченним полем . Побудова незвідних многочленів. Примітивні многочлени. <i>Самостійна робота:</i> Застосування комбінаторних і алгебраїчних методів для знаходження незвідних многочленів над скінченними полями, застосування для розв'язання деяких задач із дисертаційної роботи. | 2 | | 10 |
| 3 | Тема 3. Корені з одиниці та кругові многочлени . Зображення елементів скінченного поля <i>Самостійна робота:</i> Навчитися будувати кругові многочлени, застосовувати отримані знання при проведенні досліджень по темі дисертаційної роботи | 1 | 2 | 8 |
| | <i>Контрольна робота 1</i> | 1 | | |
| Частина 2. ,, Застосування скінченних полів. Основні поняття теорії кілець” | | | | |
| 4 | Тема 4. Автоморфізми та спряжені елементи Сліди, норми та базиси. Застосування полів в криптографії, теорії кодування <i>Самостійна робота:</i> Навчитися знаходити сліди і норми елементів, спряжені елементи. | 2 | | 12 |
| 5 | Тема 5. Кільця і ідеали, модулі над кільцями, тензорні добутки, локалізація. <i>Самостійна робота:</i> Навчитися знаходити локалізації різних кілець, ознайомитися з тензорною алгеброю векторного простору. | 2 | 2 | 12 |
| 6 | Тема 6. Примарний розклад, ціла залежність, цілозамкнені області. Нетерові кільця і модулі. <i>Самостійна робота:</i> Навчитися знаходити примарний розклад для окремих класів кілець | 2 | | 12 |
| Частина 3. ,, Кільця, модулі, застосування” | | | | |
| 7 | Тема 7. Нетерові кільця, теорема Гільберта про | 2 | | 12 |

| | | | | |
|----------------------------|--|----|---|----|
| | базис, артинові кільця. <i>Самостійна робота:</i> Навчитися перевіряти кільця на нетеровість в окремих випадках. | | | |
| 8 | Тема 8. Кільця дискретного нормування, дедекіндові області. <i>Самостійна робота:</i> Навчитися проводити обчислення в кільцях дискретного нормування. | 2 | | 12 |
| 9 | Тема 9. Поповнення, топології на кільцях, фільтрації, ряди Пуанкаре, локальні регулярні кільця. <i>Самостійна робота:</i> Опрацювати літературу по рядах Пуанкаре і локальних кільцях | 1 | | 12 |
| <i>Контрольна робота 2</i> | | 1 | | |
| ВСЬОГО | | 18 | 4 | 96 |

Загальний обсяг 120 годин, в тому числі:

Лекцій – **18 годин**,

Практичних занять – **4 години**

Консультації - **2 години**.

Самостійна робота – **96 години**.

Рекомендовані джерела

Основні:

1. Э. Б. Винберг Курс алгебры, М.Факториал Пресс, 2002.
2. Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля. В 2-х тт. — М.: Мир, 1988.
3. И. Р. Шафаревич. Основные понятия алгебры. М., Ижевск: РХД, 2001.
4. М.Атья, И. Макдональд «Введение в коммутативную алгебру», М.Мир, 1972.
5. Н. Matsumura, «Commutative Ring Theory» Cambridge University Press, 1986
6. D.Eisenbud «Commutative Algebra with a view toward Algebraic Geometry», Springer Verlag, 1988

Додаткові:

1. Reid, Miles. *Undergraduate Commutative Algebra: London Mathematical Society Student Texts*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, April 26, 1996
2. E.Kuntz, *Introduction to Commutative Algebra and Algebraic Geometry*, Birkhauser, 1985. – 238p.