**Олімпіада Київського національного університету імені Тараса Шевченка**

В олімпіаді можуть брати участь учні випускних класів середніх шкіл, ліцеїв та гімназій України, які бажають вступити на механіко - математичний факультет. Олімпіада проходитиме в два тури. Перший – заочний, другий – очний.

Переможці першого туру запрошуються до участі в другому турі.

Усі учасники олімпіади повинні надіслати або передати особисто до деканату механіко - математичного факультету не пізніше 20 березня 2008 року розв'язки задач першого туру у тонкому зошиті, а також поштовий конверт із маркою та своєю зворотною адресою. Анкета учасника наклеюється на обкладинку зошита.

АНКЕТА УЧАСНИКА ОЛІМПІАДИ

Прізвище ________________________________________________

Ім'я ______________________________________________________

По-батькові ______________________________________________

Область _________________________________________________

Місто, село ______________________________________________

Номер школи, клас ______________________________________

Адреса школи, телефон ____________________________________

Домашня поштова адреса, телефон ___________________________

---

Зошити надсилаються за адресою:

01033, Київ-33, Володимирська, 64,

Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
жюрі олімпіади з математики, механіко-математичний факультет.

**Заочний тур олімпіади з математики**
**механіко–математичного факультету в 2008 році**

1. Знайти усі такі цілі $n$, щоб число $16n^2-47n+7$ було квадратом цілого числа.
2. Три числа утворюють зростаючу геометричну прогресію. Ці самі числа є першим, сьомим і двадцять п'ятим членами арифметичної прогресії. Знайти знаменник геометричної прогресії.
3. Розв'язати рівняння $29-3^{2x}=log_2(4x-2)$.
4. Нехай суми синусів протилежних внутрішніх кутів опуклого чотирикутника рівні між собою. Чи можна стверджувати, що принаймні якісь дві сторони чотирикутника паралельні?
5. Знайти найбільше значення функції $f(x)=6\sin x-9\sin 2x+4\sin 3x$.
6. Зобразити множину точок, координати $(x,y)$ яких задовольняють нерівність $|xy|^{x^2+y^2-4}\le 1$.
7. Нехай $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – одиничний куб, $P,Q$ – середини відрізків $AB$ і $A_1B_1$ відповідно. Знайти відстань між прямими $A_1P$ і $D_1Q$.
8. В опуклому п'ятикутнику $ABCDE$ справджуються умови $\frac{CE}{AB}=\frac{AC}{DE}$, $AB\,||\,CE$, $DE\,||\,AC$, $CD\,||\,BE$. Знайти число $\frac{BE}{CD}$.
9. Довести, що в чотирикутнику $ABCD$, вписаному в коло, виконується рівність $\frac{\sin A}{\sin B}=\frac{ad+bc}{ab+cd}$, де $AB=a$, $AD=b$, $CD=c$, $CB=d$.
10. Знайти найменше значення виразу $x^2+3y^2$ і вказати значення $x$ та $y$, при яких воно досягається, якщо $2x^2-7xy-y^2=1$.
11. З цифр 0,1,2, …9 скласти п'ять двоцифрових чисел, добуток яких був би найбільшим ( кожна цифра використовується лише один раз ).
12.Човен перетинає річку з постійною відносно води швидкістю $v$, що напрямлена під кутом $\alpha$ до берега. Швидкість течії води в річці пропорційна відстані від найближчого берега та досягає величини $u$ на середині річки. Ширина річки дорівнює $d$. При якому значенні кута $\alpha$ човен досягне протилежного берега в точці, що розташована навпроти початкової?